

## بررسی رفتار دینامیکی مخازن استوانه‌ای بتنی ذخیره مایع تحت اثر حرکت افقی و قائم زلزله

فرهاد بهنام‌فر\*

دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.

روح اله مرادی

دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.

شمس الدین هاشمی

استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران.

### چکیده

در این مقاله، یک روش تحلیلی برای برآورد پاسخ لرزه‌ای مخازن استوانه‌ای تحت تحریک افقی و قائم زلزله با در نظر گرفتن انعطاف-پذیری دیواره مخزن که تا سطح خاصی از مایع پر شده‌اند، ارائه می‌شود. حل مساله سیستم مایع-پوسته برای به‌دست آوردن فشار ضربه‌ای به روش ریلی-ریتز انجام می‌گیرد. در تحلیل ارتعاشی پوسته در حرکت افقی زلزله اثر مدهای محیطی نوع  $\text{Cos}\theta$  و پوسته مخزن به صورت نازک در نظر گرفته شده است. همچنین نتایج این روش تحلیلی با نتایج مطالعات قبلی مقایسه می‌شود. سپس با استفاده از روابط تحلیلی پیشنهادی، یک مدل مکانیکی با در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری جداره مخزن برای مخازن استوانه‌ای بتنی تحت تحریک افقی زلزله ارائه می‌شود و نتایج این مدل مکانیکی و دقت جواب حاصل از آن با نتایج تحلیلی پیشنهادی و آیین‌نامه ACI 350.3-06 مقایسه می‌شود. در انتها این نتیجه حاصل می‌شود که جوابهای آیین‌نامه با روش تحلیلی پیشنهادی، تفاوت زیادی دارد که علت آن در نظر نگرفتن صحیح انعطاف‌پذیری جداره توسط این آیین‌نامه می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: روش ریلی-ریتز، مخزن استوانه‌ای بتنی، فشار ضربه‌ای، فشار نوسانی، انعطاف‌پذیری دیواره، مدل مکانیکی.

---

\* نویسنده مسئول: farhad@cc.iut.ac.ir

## ۱- مقدمه

نیروی هیدرودینامیک وارد بر مخزن استوانه‌ای انعطاف‌پذیر پر، رفتار مخزن را به‌صورت یک سیستم یک درجه آزاد در نظر گرفت. وی همچنین فرض نمود مقطع مخزن در خلال ارتعاش دایروی باقی می‌ماند. او با این فرضیات توانست توزیع فشار هیدرودینامیک، برش پایه و لنگر واژگونی متناظر با مودهای ارتعاشی مفروض را بدست آورد. ولتسوس و یانگ [۷] فرمول ساده شده‌ای برای بدست آوردن فرکانس طبیعی بنیادی پوسته‌ی مخزن استوانه‌ای فولادی پر از سیال، بدون سازه سقف را تحت اثر تحریک افقی زلزله ارائه کردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که توزیع فشار ضربه‌ای در مخازن صلب و انعطاف‌پذیر فولادی مشابه است، هر چند بزرگی فشار به مقدار زیادی به انعطاف‌پذیری دیواره مخزن بستگی دارد. هارون [۸] رفتار دینامیکی مخازن استوانه‌ای فولادی را با استفاده از روش المان محدود مورد بررسی قرار داد. او در مطالعه خود اثر چندین پارامتر که موجب پیچیده شدن تحلیل دینامیکی مخازن ذخیره می‌شود، مثل اثر تنش‌های حلقوی اولیه ناشی از فشار هیدرواستاتیک سیال، اثر همبستگی ارتعاش پوسته مخزن و تلاطم سیال و اثر انعطاف‌پذیری خاک را در نظر گرفت. هارون و هاوسنر [۹] با افزودن یک جرم و فتر به مدل هاوسنر در مخازن استوانه‌ای فولادی، این مدل را برای دیواره انعطاف‌پذیر اصلاح کردند. بعلاوه هارون [۱۰] یک سری آزمایش ارتعاش محیطی و اجباری روی سه نمونه مخزن استوانه‌ای ذخیره مایع با مقیاس کامل انجام داد تا فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاش آن‌ها را تعیین کند. تدسکو و همکاران [۱۱] یک روش تحلیلی که فرکانس‌های اساسی پوسته انعطاف‌پذیر همراه با توده سیال صلب را به دقت پیش‌بینی می‌کند، ارائه نمودند. این روش قابل کاربرد برای مخازن با نسبت ارتفاع به قطر ۰/۱ تا ۱/۵ می‌باشد. همچنین این روش را می‌توان برای مخازن کاملاً پر و تا حدی پر استفاده کرد. هم‌دان [۱۲] به بررسی رفتار و دستورالعمل طراحی مخازن ذخیره استوانه‌ای فولادی که در معرض حرکت افقی زمین قرار گرفته‌اند، پرداخت. مواردی که او در مطالعه خود مورد بررسی قرار داد شامل تلاطم سطح آب، فشار هیدرودینامیک اعمال شده بر دیواره مخزن، نیروی برشی و لنگر واژگونی در کف مخزن و اثر نیروی بالابرنده بر تنش‌های محوری در محل اتصال دیواره به زمین بود. او در این تحقیق به این نتیجه رسید که در موارد بسیاری ناسازگاری با نتایج آیین‌نامه وجود دارد. برهمین و بهنام‌فر

مخازن ذخیره مایعات از جمله سازه‌های حیاتی و پر اهمیت در جوامع امروزی می‌باشند. آن‌ها همچنین نقش مهمی در امور امداد رسانی پس از زلزله ایفا می‌کنند. آسیب دیدگی مخازن پس از وقوع زلزله علاوه بر زیان اقتصادی ممکن است قطع آب، آتش سوزی‌های کنترل نشده، نشت مواد شیمیایی آلوده‌کننده و سمی را به همراه داشته باشد. به خاطر طراحی نامناسب این مخازن، زیان‌های قابل توجهی در زلزله‌های گذشته رخ داده است. بنا بر این، با توجه به اهمیت قابل توجه این مخازن اطمینان از عملکرد رضایت بخش آنها طی زمین لرزه‌های قوی ضروری است. مخازن بتنی دارای ابعاد کاملاً متفاوتی از نظر ضخامت و وزن دیواره، نسبت به مخازن فولادی می‌باشند. بنابراین انتظار می‌رود این مخازن از نظر فرکانس طبیعی و صلبیت مشابه مخازن فولادی عمل نکرده و با توجه به انعطاف‌پذیری کمتر نسبت به مخازن فولادی رفتار ویژه‌ای داشته باشند. لازم به ذکر است، بیشتر تحقیقات صورت گرفته در مورد مخازن فولادی بوده و تحقیقات بسیار محدودی به صورت تحلیلی روی مخازن استوانه‌ای بتنی صورت گرفته است. هوسکین و جاکسن [۱] در سال ۱۹۳۴ اولین گزارش را در مورد مشاهدات آزمایشگاهی و تحلیلی مخازن مستطیلی تحت تحریک ناشی از یک زلزله افقی شبیه‌سازی شده، ارائه کردند. هاوسنر [۲] و [۳] تخمینی از پاسخ سیال در مخازن مستطیلی و استوانه‌ای صلب ارائه کرد. در این مدل فشار هیدرودینامیکی ناشی از ارتعاشات لرزه‌ای وارده به بدنه مخزن، به دو مولفه فشار ضربه‌ای ناشی از جرم شتاب‌دار سیال مخزن و فشار نوسانی ناشی از پدیده امواج متلاطم سطحی، تجزیه شد. وی پیشنهاد کرد که یک جرم ضربه‌ای و یک جرم نوسانی معادل می‌توانند به صورت تقریبی رفتار دینامیکی سیال را نشان دهند. در سال ۱۹۶۴ با وقوع زمین لرزه شدید آلاسکا خسارات فراوانی به مخازنی که تازه ساخته شده بودند، وارد گردید. پس از این زلزله گزارش مفصلی توسط هانسن [۴] در مورد نحوه رفتار مخازن ذخیره سیال تحت اثر زلزله ارائه گردید و از آن پس بحث انعطاف‌پذیری دیواره مخزن و تاثیر به‌سزای آن در میزان فشار هیدرودینامیکی سیستم، اهمیت خاصی پیدا کرد. ادوارد [۵] به‌عنوان اولین محقق اثر انعطاف‌پذیری دیواره مخزن بر نیروی هیدرودینامیک در مخازن استوانه‌ای فولادی زمینی مهارشده در معرض حرکت افقی زلزله را لحاظ کرد. ولتسوس [۶] برای تخمین

طبیعی را با تقریب خیلی خوب برای مخزن استوانه‌ای نیمه پر و پر از مایع به دست آورد. هارون [۲۰] با استفاده از روش المان محدود به بررسی پاسخ‌های دینامیکی مخزن استوانه‌ای انعطاف‌پذیر تحت تحریک قائم زلزله پرداخت. در این تحقیق مخزن به صورت متقارن مرکزی حل شده و اثر اندرکنش مایع-پوسته و همبستگی بین تغییرمکان‌های محوری و شعاعی پوسته حل شده است. در این تحقیق این نتیجه گیری شده است که ارتعاش قائم باعث بوجود آمدن فشار هیدرو دینامیکی افقی نیز روی دیواره مخزن می‌شود که این مقدار معادل ضریبی از فشار هیدرواستاتیک می‌باشد. ولتسوس [۲۱] با استفاده از یک روش تحلیلی به بررسی پاسخ‌های دینامیکی مخزن استوانه‌ای انعطاف‌پذیر تحت تحریک قائم زلزله پرداخت. وی از اثر تغییرمکان محوری در مقایسه با تغییرمکان شعاعی صرف نظر کرد. با این فرض دو معادله حاکم بر رفتار پوسته به یک معادله تغییر کرده و حل آن با استفاده از روش گلرکین انجام گرفته است. در انتهای این تحقیق نتیجه گیری شده است که فشار هیدرو دینامیک افقی ناشی از ارتعاش قائم با فشار هیدرواستاتیک ضربدر شتاب طیفی معادل فرکانس ارتعاش قائم برابر است. لازم به ذکر است این نتیجه‌گیری مبنای اکثر آیین‌نامه‌های طراحی در تعیین فشار ناشی از ارتعاش قائم می‌باشد.

رفتار مخازن ذخیره مایع تحت حرکت ناشی از زمین لرزه افقی توسط محققین زیادی بررسی شده است. با توجه به کارهای انجام گرفته قبلی روی مخازن استوانه‌ای فولادی این نتیجه‌گیری می‌شود که در این مخازن اثر انعطاف‌پذیری جداره مخزن نیز لحاظ شده و میزان اهمیت اثر انعطاف‌پذیری جداره این مخازن در تعیین فشار هیدرو دینامیکی برای محققین کاملاً شناخته شده است. ولی آن‌ها صحت روابط را فقط برای مخازن فولادی به اثبات رسانده‌اند. با دقت در این پژوهش‌ها، چنین به نظر می‌رسد که محققین دارای نگاه یکسانی به رفتار مخازن بتنی و مخازن فولادی در برابر نیروهای حاصل از زمین لرزه بوده و این روابط را به مخازن بتنی نیز تعمیم داده‌اند. همچنین به نظر می‌رسد که آیین‌نامه‌های معتبر طراحی مانند ACI 350.3 [۲۲]، استاندارد نیوزلند NZS 1170.5 [۲۳] و یوروکد ۸ [۲۴] بدون شناخت دقیق مخازنی با ابعاد نزدیک به مخازن بتنی و بر اساس تعمیم روابط مربوط به مخازن استوانه‌ای فولادی روابط خود را ارائه نموده‌اند. لازم به ذکر است که ضخامت و وزن مخازن بتنی به مراتب بیشتر از مخازن

[۱۳] در تحقیقی به ارائه منحنی‌های آسیب‌پذیری احتمالاتی در مخازن فولادی در پالایشگاه‌های نفت پرداختند. در این مطالعه از رویکرد به‌روز رسانی شده بایسین برای ارزیابی پارامترهای ناشناخته مدل تقاضا استفاده شده است. برهمن و بهنام‌فر [۱۴] همچنین به تخمین منحنی‌های آسیب‌پذیری لرزه‌ای مخازن با میزان پرشدگی بیشتر از ۵۰ درصد پرداختند. در این تحقیق از روش بایسین همراه با بانک اطلاعاتی ALA استفاده شد. تخمین آسیب-پذیری در شرایط مختلفی از متغیرهای پیشا و عدم قطعیت‌ها شامل تغییرپذیری ذاتی، خطای مدلی، خطای اندازه‌گیری و کوچک بودن اندازه نمونه گیری ارائه گردید. مسلمی و کیانوش [۱۵] به مطالعه موردی در زمینه رفتار دینامیکی مخازن استوانه‌ای بتنی پرداختند. در این تحقیق به پارامترهای اثر گذار در پاسخ دینامیکی مخزن ذخیره سیال تحت اثر نیروی افقی و قائم زلزله پرداخته شده است. پارامترهای مورد بررسی شامل اثر تلاطم سطح آزاد مایع، انعطاف‌پذیری دیواره مخزن و اثر گیرداری اتصال کف مخزن می‌باشد. آن‌ها با تحلیل دو مخزن با ابعاد مختلف (یک مخزن بلند و یک مخزن عریض) در نرم‌افزار انسیس به این نتیجه رسیدند که تفاوت زیادی بین نتایج حاصل از تحلیل المان محدود و آیین‌نامه ACI 350.3-06 وجود دارد. یزد آباد و بهنام‌فر [۱۶] در تحقیقی به ارائه منحنی‌های آسیب‌پذیری لرزه‌ای برای مخازن بتنی استوانه-ای آب پرداختند. هدف اصلی از انجام این تحقیق بررسی رفتار دینامیکی مخازن بتنی استوانه‌ای آب و تخمین آسیب‌پذیری آن‌ها با استفاده از منحنی‌های آسیب‌پذیری لرزه‌ای احتمالاتی بوده است. پارامترهای موثر در پاسخ دینامیکی مخازن همچون اثر صلبیت دیواره، اثر گیرداری اتصال کف، اثر شتاب قائم زمین و نسبت ارتفاع به قطر مخزن مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. هاشمی و همکاران [۱۷] یک روش تحلیلی برای مخازن مستطیلی سه بعدی با دیواره انعطاف‌پذیر تحت تحریک افقی زلزله ارائه کردند. برای تحلیل مخزن در این تحقیق از روش ریلی-ریتز استفاده شده و اثر اندرکنش سازه-سیال و انعطاف‌پذیری جداره مخزن در این روش در نظر گرفته شده است.

در زمینه ارتعاش قائم مخازن استوانه‌ای محققین اندکی به این مساله پرداخته‌اند. هارون [۱۸] به استفاده از یک روش تحلیلی به ارائه فرکانس‌های طبیعی مخازن استوانه‌ای پرداخت. وی در مقاله دیگری [۱۹] با استفاده از روش المان محدود همان فرکانس‌های

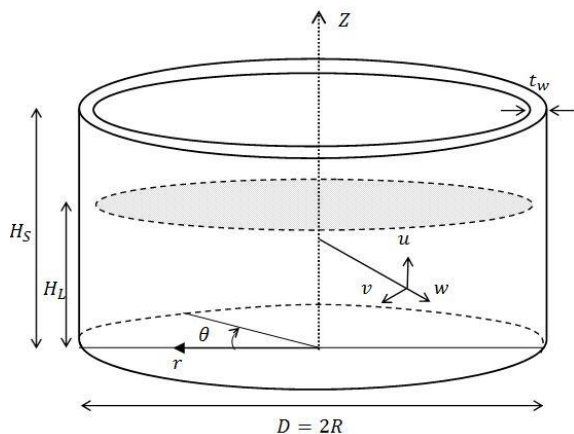
مخزن ثابت است. با استفاده از این فرضیات معادله حاکم بر رفتار مایع درون مخزن به معادله لاپلاس ساده سازی می‌شود [۲۵].

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

در این رابطه  $\Phi(r, z, \theta, t)$  تابع پتانسیل جریان می‌باشد. از حل معادله فوق و اعمال شرایط مرزی مناسب، تابع پتانسیل جریان مربوط به حرکت افقی و قائم زلزله محاسبه خواهد شد. سپس فشار سیال در هر نقطه و لحظه از زمان به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد [۲۶]:

$$p = -\rho_l \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (2)$$

در این رابطه  $\rho_l$  چگالی مایع درون مخزن می‌باشد.



شکل ۱- مشخصات و سیستم مختصات مخزن استوانه‌ای حاوی مایع.

با استفاده از اصل جمع آثار به جای حل معادله (۱) با اعمال شرایط مرزی، می‌توان معادله (۱) را برای شرایط مرزی تحت حرکت افقی و قائم زلزله به صورت مجزا به دست آورد و سپس با هم جمع کرد. لازم به ذکر است تابع پتانسیل جریان برای حرکت افقی زلزله  $\Phi_h$  و برای حرکت قائم زلزله  $\Phi_v$  نامگذاری می‌شود. بنابراین، شرایط مرزی حاکم بر رفتار مایع درون مخزن برای حرکت افقی زلزله به صورت الف: سرعت سیال در راستای قائم در پای مخزن با فرض جلوگیری از بلندشدگی، صفر می‌باشد:

$$\left. \frac{\partial \Phi_h}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (3)$$

ب: سرعت مایع در امتداد دیواره مخزن  $r=R$  برای مخزن انعطاف پذیر به صورت زیر است:

$$\left. -\frac{\partial \Phi_h}{\partial r} \right|_{r=R} = \dot{w}(z, t) + \dot{u}_{gh}(t) \cos \theta \quad (4)$$

$w(z, t)$  جابجایی دیواره مخزن در راستای شعاعی می‌باشد.

فولادی می‌باشد. بنابراین این مخازن دارای صلیبت بیشتری بوده و بدون شک نمی‌توان همان رفتار و انعطاف پذیری که در مورد مخازن فولادی در نظر گرفته می‌شود، برای آن‌ها در نظر گرفت. در این تحقیق تاکید بر اندرکنش مایع-پوسته در مخازن استوانه‌ای بتنی می‌باشد. بنابراین در ابتدا معادلات حاکم بر رفتار مایع درون مخزن استوانه‌ای تحت تحریک افقی و قائم زلزله استخراج شده و با استفاده از جداسازی متغیرها تابع پتانسیل جریان برای فشار ضربه-ای و نوسانی به دست می‌آید. همچنین برای تخمین تغییر شکل پوسته تحت اثر تحریک زلزله برای محاسبه فشار ضربه‌ای از روش ریلی-ریتز استفاده شده است. با استفاده از این روش به ارائه یک حل تحلیلی برای مخازن استوانه‌ای پرداخته می‌شود. سپس با توجه به این حل تحلیلی و محاسبه فشار نوسانی و ضربه‌ای به ارائه یک مدل مکانیکی کاربردی، مهندسی و با دقت مناسب، با در نظر گرفتن اثر انعطاف پذیری دیواره، خاص مخازن استوانه‌ای بتنی برای تحریک افقی زلزله پرداخته خواهد شد. وجه تمایز این مدل با سایر مدل‌ها در خاص بودن آن برای مخازن بتنی می‌باشد. برخلاف آیین‌نامه‌های طراحی که نگاه بیش از حد ساده‌اندیشانه‌ای به اثر جرم دیواره مخزن دارند، در مدل پیشنهادی اثر میزان پرشدگی مخزن و اثر اینرسی دیواره نیز لحاظ شده است.

## ۲- معادلات مخزن تحت اثر حرکت افقی و قائم زلزله

مخزن استوانه‌ای مورد مطالعه به ارتفاع  $H_s$  و شعاع داخلی  $R$  با دیواره انعطاف پذیر به ضخامت  $t_w$  و کف افقی صلب مطابق شکل ۱ تا ارتفاع  $H_L$  از مایع پر شده است و تحت اثر حرکت افقی زمین  $\ddot{u}_{gh}(t)$  در راستای  $\theta = 0$  و حرکت قائم  $\ddot{u}_{gv}(t)$  قرار دارد. دیواره مخزن بصورت پوسته نازک فرض شده و مصالح تشکیل دهنده آن همگن و ایزوتروپ و تحلیل آن به صورت الاستیک خطی در نظر گرفته می‌شود. مطالعه تحلیل فشار هیدرودینامیک ناشی از ارتعاش مایع درون مخزن استوانه‌ای انعطاف پذیر تحت تاثیر این تحریک همراه با فرضیاتی جهت ساده شدن روابط حاکم بر رفتار مایع مورد نظر می‌باشد. این فرضیات شامل همگن، غیر چرخشی، تراکم ناپذیر و غیرلزج بودن مایع درون مخزن می‌باشد. همچنین فرض می‌گردد دامنه امواج حاصل از ارتعاش سیال ناشی از زلزله کوچک بوده و مقدار سیال درون

$$-\frac{\partial \Phi_{hi}}{\partial r} \Big|_{r=R} = \dot{w}(z, t) + \dot{u}_{gh}(t) \cos \theta \quad (10)$$

و همچنین شرط مرزی فشار ضربه ای برابر صفر در بالای سطح سیال:

$$p_{hi} \Big|_{z=H_L} = 0 \quad (11)$$

و مولفه نوسانی تفاوت بین شرایط مرزی در حالت افقی زلزله، روابط (۳)، (۴) و (۵)، و شرایط مرزی مورد استفاده در مولفه ضربه‌ای، روابط (۹)، (۱۰) و (۱۱)، می‌باشد.

## ۲-۱-۱- روش تحلیلی پیشنهادی جهت تعیین فشار ضربه‌ای

با استفاده از روش جداسازی متغیرها و اعمال شرایط مرزی (۹)، (۱۰) و (۱۱) فشار ضربه‌ای به صورت زیر به دست می‌آید. لازم به ذکر است در این رابطه تنها از مد اول محیطی استفاده گردیده و از اثر سایر مدها بخاطر ناچیز بودن اثر آنها صرف نظر شده است [۸].

$$p_{hi} = -\frac{2\rho_l}{H_L} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} \ddot{u}_{gh}(t)}{\alpha_i^2 I_1'(\alpha_i R)} I_1(\alpha_i r) \cos(\alpha_i z) \cos \theta$$

$$-\frac{2\rho_l}{H_L} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\int_0^{H_L} \ddot{w}(\bar{z}, t) \cos(\alpha_i \bar{z}) d\bar{z}}{\alpha_i I_1(\alpha_i R)} I_1(\alpha_i r) \cos(\alpha_i z) \cos \theta \quad (12)$$

$$= p_{hr}(r, \theta, z, t) + p_{hf}(r, \theta, z, t)$$

در این رابطه  $I_1$  معادله بسل اصلاح شده مرتبه یک و در این رابطه  $I_1' = (2i-1)\pi/2H_L$  می‌باشد. همچنین  $I_1'$  مشتق معادله بسل اصلاح شده مرتبه یک می‌باشد. در این رابطه  $p_{hr}$  فشار هیدرودینامیک وارد بر دیواره با فرض صلب بودن مخزن و  $p_{hf}$  فشار هیدرودینامیک ناشی از اثر انعطاف پذیری دیواره مخزن تحت اثر تحریک افقی زلزله می‌باشند. با ملاحظه در ترم دوم رابطه (۱۲)، فشار هیدرودینامیک مربوط به اثر انعطاف پذیری مخزن،  $p_{hf}$ ، وابسته به تغییر مکان شعاعی دیواره مخزن می‌باشد. در این مطالعه، برای تعیین تغییر مکان‌های پوسته از روش ریلی-ریتز استفاده می‌شود. تغییر مکان پوسته در جهات  $w$ ،  $v$ ،  $u$  برای مد اول ارتعاش محیطی به صورت زیر قابل بیان می‌باشد:

$$u(z, \theta, t) = \bar{u}(z, t) \cos \theta$$

$$v(z, \theta, t) = \bar{v}(z, t) \sin \theta \quad (13)$$

$$w(z, \theta, t) = \bar{w}(z, t) \cos \theta$$

به طوری کلی بردار تغییر مکان را می‌توان به صورت  $\bar{r}^T = \{u \ v \ w\}$  تعریف نمود. همچنین  $\bar{u}(z, t)$ ،  $\bar{v}(z, t)$ ،  $\bar{w}(z, t)$  را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

ج: شرط مرزی سوم مربوط به تلاطم سطح آزاد مایع با توجه به فرضیات دامنه کوتاه امواج و شرایط امواج خطی می‌باشد [۲۵]:

$$\frac{\partial^2 \Phi_h}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi_h}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

شرایط مرزی حاکم بر رفتار مایع درون مخزن برای حرکت قائم زلزله به صورت زیر می‌باشد:

الف: سرعت مایع در راستای قائم در پای مخزن برابر است با سرعت کف مخزن:

$$-\frac{\partial \Phi_v}{\partial z} \Big|_{z=0} = \dot{u}_{gv}(t) \quad (6)$$

ب: سرعت مایع در امتداد دیواره مخزن  $r=R$  برای مخزن انعطاف پذیر برابر است با سرعت دیواره مخزن:

$$-\frac{\partial \Phi_v}{\partial r} \Big|_{r=R} = \dot{w}(z, t) \quad (7)$$

ج: شرط مرزی سوم مربوط به فشار در بالای سیال بوده و چون در این حالت فرض می‌شود، تلاطم مایع قابل چشم پوشی است [۲۰] و [۲۱]، فشار هیدرودینامیک در  $z = H_L$  صفر در نظر گرفته می‌شود:

$$p_{dv} \Big|_{z=H_L} = 0 \quad (8)$$

## ۲-۱-۲- استخراج فشارها تحت اثر تحریک افقی زلزله

هاوسنر [۳ و ۲]، هارون [۸] و ولتسوس [۶] فشار هیدرودینامیک ناشی از حرکت افقی زلزله را به دو قسمت شامل فشار ضربه‌ای و نوسانی تقسیم کردند. فشار ضربه‌ای ناشی از قسمتی از مایع می‌باشد که همراه با مخزن تحت شتاب افقی قرار می‌گیرد و فشار نوسانی ناشی از تحریک سیال بوده و در قالب امواج سطحی ظاهر می‌شود. این تفکیک در مورد مخازن بتنی نیز صادق است؛ چون دوره تناوب ناشی از حرکت نوسانی بسیار بالاتر از دوره تناوب ناشی از حرکت ضربه‌ای می‌باشد. بنابراین، برای حل معادله (۱)، تابع پتانسیل جریان ناشی از حرکت افقی زلزله  $\Phi_h$ ، مجموع دو مولفه ضربه‌ای  $\Phi_{hi} = \Phi_{hi}(r, \theta, z, t)$  و مولفه نوسانی  $\Phi_{hc} = \Phi_{hc}(r, \theta, z, t)$  می‌باشد. مولفه ضربه‌ای باید شرط مرزی در راستای کف مخزن را ارضاء کند:

$$\frac{\partial \Phi_{hi}}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad (9)$$

شرایط مرزی در امتداد دیواره:

$$\mathbf{K}_s = \int_0^{H_s} \int_0^{2\pi} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} R d\theta dz \quad (25)$$

انرژی جنبشی پوسته استوانه‌ای به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$E_{K_s} = \frac{1}{2} \int_0^{H_s} \int_0^{2\pi} m(z) \dot{\mathbf{r}}^T \dot{\mathbf{r}} R d\theta dz = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{f}}^T \mathbf{M}_s \dot{\mathbf{f}} \quad (26)$$

که:

$$\mathbf{M}_s = \pi R \int_0^{H_s} m(z) \mathbf{T}^T \mathbf{T} dz \quad (27)$$

در این روابط  $\mathbf{M}_s$  و  $\mathbf{K}_s$  به ترتیب ماتریس جرم و سختی پوسته مخزن بوده و  $m(z)$  جرم واحد سطح دیواره مخزن می‌باشد. کار انجام شده توسط فشار ناشی از اندرکنش مایع-پوسته ( $p_{hf}$ ) در

یک تغییرمکان دلخواه  $\delta w$ ، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\delta w_{liquid} = \int_0^{H_L} \int_0^{2\pi} P_{hf}(R, \theta, z, t) \cdot \delta w \cdot \cos \theta R d\theta dz \quad (28)$$

با قرار دادن  $p_{hf}$  از رابطه (۱۲) در رابطه (۲۸):

$$(29)$$

$$\delta w_{liquid} =$$

$$-\sum_{i=1}^{\infty} \frac{2\pi R \rho_i I_n(\alpha_i r)}{H_L \alpha_i I_n'(\alpha_i R)} \left( \int_0^{H_L} \ddot{w}(z, t) \cos(\alpha_i z) dz \right) \left( \int_0^{H_L} \delta w(z, t) \cos(\alpha_i z) dz \right)$$

با کمک رابطه (۱۴) می‌توان نوشت:

$$(30)$$

$$\int_0^{H_L} \ddot{w}(\bar{z}, t) \cos(\alpha_i \bar{z}) d\bar{z} = \left( \int_0^{H_L} \Psi_w(z) \cos(\alpha_i z) dz \right) \ddot{\mathbf{f}}_w(t)$$

با معرفی  $\hat{\mathbf{T}}_i = \int_0^{H_L} \Psi_w(z) \cos(\alpha_i z) dz$ ، رابطه (۳۰) به صورت زیر

نوشته می‌شود:

$$\int_0^{H_L} \ddot{w}(\bar{z}, t) \cos(\alpha_i \bar{z}) d\bar{z} = \hat{\mathbf{T}}_i \ddot{\mathbf{f}} \quad (31)$$

که:

$$\hat{\mathbf{T}}_i = \{ \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \hat{\mathbf{T}}_i \} \quad (32)$$

بنابراین:

$$\delta w_{liquid} = -\delta \mathbf{f}^T \mathbf{M}_{liquid} \ddot{\mathbf{f}} \quad (33)$$

در این رابطه  $\mathbf{M}_{liquid}$  ماتریس جرم افزوده ناشی از اندرکنش مایع-پوسته بوده و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{M}_{liquid} = \sum_{i=1}^{\infty} C_i (\hat{\mathbf{T}}_i)^T \hat{\mathbf{T}}_i \quad (34)$$

در این رابطه  $C_i = \frac{2\pi R \rho_i I_n(\alpha_i r)}{H_L \alpha_i I_n'(\alpha_i R)}$  می‌باشد.

بردار نیروی موثر زلزله از جمع دو مقدار به دست می‌آید: الف) نیروی اینرسی گسترده وارد بر دیواره مخزن، ب) فشار هیدروستاتیک وارد شده روی دیواره مخزن با صلب فرض کردن دیواره که همان رابطه مربوط به  $p_{hr}$  می‌باشد. کار انجام شده توسط این نیروهای خارجی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\delta w = \int_0^{H_s} \int_0^{2\pi} (\mathbf{F}_{gh}^T \cdot \delta \mathbf{r}) R d\theta dz + \int_0^{H_L} \int_0^{2\pi} (p_{hr} \delta w \cos \theta) R d\theta dz \quad (35)$$

$$\bar{u}(z, t) = \sum_{j=1}^m \psi_{u_j}(z) f_{u_j}(t) = \Psi_u(z) \mathbf{f}_u(t)$$

$$\bar{v}(z, t) = \sum_{j=1}^m \psi_{v_j}(z) f_{v_j}(t) = \Psi_v(z) \mathbf{f}_v(t) \quad (14)$$

$$\bar{w}(z, t) = \sum_{j=1}^m \psi_{w_j}(z) f_{w_j}(t) = \Psi_w(z) \mathbf{f}_w(t)$$

در این رابطه  $\Psi_u$ ،  $\Psi_v$  و  $\Psi_w$  ماتریس توابع مجاز ( $1 \times m$ ) یا همان توابع مورد استفاده در روش ریلی-ریتز و  $\mathbf{f}_u$ ،  $\mathbf{f}_v$  و  $\mathbf{f}_w$  ماتریس ضرایب ( $m \times 1$ ) در جهات  $u$ ،  $v$  و  $w$  بوده و  $m$  تعداد این توابع می‌باشد. در فرم ماتریسی می‌توان تغییرمکان هر نقطه از پوسته را به-شکل زیر نوشت:

$$\bar{\mathbf{r}}(z, \theta, t) = \mathbf{T}(z) \mathbf{S}(\theta) \mathbf{f}(t) \quad (15)$$

در این رابطه  $\{\mathbf{f}(t)\}^T = \{f_u \quad f_v \quad f_w\}$  بوده و:

$$\mathbf{T}(z) = \begin{bmatrix} \Psi_u & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Psi_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Psi_w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (16)$$

در روش ریلی-ریتز توابع مجاز باید شرایط مرزی را ارضاء کرده و دارای همگرایی و دقت کافی باشند؛ که این توابع به صورت زیر قابل بیان می‌باشند [۲۷]:

$$\psi_{u_j} = \text{Sinh}\left(\frac{\lambda_j z}{H_s}\right) + \text{Sin}\left(\frac{\lambda_j z}{H_s}\right) - \sigma_j \left( \text{Cosh}\left(\frac{\lambda_j z}{H_s}\right) - \text{Cos}\left(\frac{\lambda_j z}{H_s}\right) \right) \quad (17)$$

$$\psi_{v_j} = \psi_{w_j} = \text{Cosh}\left(\frac{\lambda_j z}{H_s}\right) - \text{Cos}\left(\frac{\lambda_j z}{H_s}\right) - \sigma_j \left( \text{Sinh}\left(\frac{\lambda_j z}{H_s}\right) - \text{Sin}\left(\frac{\lambda_j z}{H_s}\right) \right)$$

که:

$$\sigma_j = \frac{\text{Cosh}(\lambda_j) + \text{Cos}(\lambda_j)}{\text{Sinh}(\lambda_j) + \text{Sin}(\lambda_j)} \quad (18)$$

و مقدار  $\lambda_j$  برای مد لازم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\text{Cosh}(\lambda_j) \cdot \text{Cos}(\lambda_j) + 1 = 0 \quad (19)$$

بر اساس تئوری اولین تقریب پوسته نازک [۲۸] روابط کرنش-

تغییرمکان پوسته نازک به صورت زیر می‌باشد:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u}{\partial z} \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{R} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + w \right) \quad \varepsilon_{z\theta} = \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} \quad (20)$$

$$\kappa_z = -\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad \kappa_\theta = \frac{1}{R^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad \kappa_{z\theta} = \frac{2}{R} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{2}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial \theta} \quad (21)$$

در قالب ماتریسی می‌توان نوشت:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} \bar{\mathbf{r}} \quad (22)$$

در این رابطه  $\mathbf{L}$  نمایانگر ماتریس عملگر می‌باشد. با جایگذاری رابطه (۱۵) در رابطه (۲۲):

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} \mathbf{S} \mathbf{T} \mathbf{f} = \mathbf{B} \mathbf{f} \quad (23)$$

انرژی پتانسیل کرنشی پوسته استوانه‌ای به صورت زیر می‌باشد:

$$E_p = \frac{1}{2} \int_0^{H_s} \int_0^{2\pi} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} R d\theta dz = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{K}_s \mathbf{f} \quad (24)$$

که:

با اعمال این شرایط مرزی، می‌توان فشار نوسانی را به صورت زیر بیان نمود [۲۲]:

$$p_c = \sum_{j=1}^{\infty} \left[ B_j(t) J_1 \left( \frac{\gamma_j r}{R} \right) \cosh \left( \frac{\gamma_j z}{R} \right) \cos(\theta) \right] \quad (44)$$

در این رابطه  $J_1$ ، تابع بسل مرتبه یک و  $\gamma_j$ ، ژامین ریشه مربوط به مشتق تابع بسل یعنی  $J_1'(\gamma) = 0$  می‌باشند. با فرض صلب بودن دیواره مخزن جهت محاسبه فشار نوسانی [۹، ۱۰، ۱۵، ۲۲]، شرط مرزی سوم یعنی رابطه ۵ به صورت زیر قابل بازنویسی می‌باشد:

$$\left( \frac{\partial^2 p_c}{\partial t^2} + g \frac{\partial p_c}{\partial t} \right)_{z=H} = \left( -g \frac{\partial p_{hr}}{\partial t} \right)_{z=H} \quad (45)$$

با قرار دادن قسمت  $p_{hr}$  رابطه (۱۲) و رابطه (۴۴) در رابطه (۴۵) و ساده سازی، فشار نوسانی به صورت زیر قابل بیان می‌باشد:

$$p_c = -2\rho_l R \sum_{j=1}^{\infty} \frac{J_1 \left( \frac{\gamma_j r}{R} \right) \cosh \left( \frac{\gamma_j z}{R} \right) A_j(t)}{J_1(\gamma_j) \cosh \left( \frac{\gamma_j H}{R} \right) \gamma_j^2 - 1} \cos(\theta) \quad (46)$$

$A_j(t)$  شتاب سیستم یک درجه آزاد معادل است که با سرعت زاویه‌ای  $\omega_j^c$  (فرکانس مود  $z$  امواج سطحی) نوسان می‌کند و مقدار آن با استفاده از حل عددی انتگرال دوهمامل قابل محاسبه می‌باشد:

$$A_j(t) = \omega_j^c \int_0^t \ddot{u}_g(t) \sin[\omega_j^c(t-\tau)] d\tau \quad (47)$$

در این معادله اثر میرایی،  $\zeta_j^c$ ، را می‌توان به راحتی لحاظ کرد. همچنین مقدار  $\omega_j^c$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\omega_j^c = \sqrt{\frac{g \gamma_j}{R} \tanh \left( \gamma_j \frac{H_L}{R} \right)} \quad (48)$$

اکنون با استفاده از روابط (۱۲) و (۴۶) می‌توان فشار هیدرودینامیک وارد بر دیواره مخزن تحت اثر تحریک افقی زلزله را در هر نقطه به صورت زیر به دست آورد:

$$p_h(r, \theta, z, t) = p_{hi} + p_c = p_{hr} + p_{hf} + p_c \quad (49)$$

همچنین تغییر مکان قائم سطح آزاد مایع،  $\eta(r, \theta, t)$ ، را می‌توان با استفاده از فشار نوسانی، رابطه (۴۶)، و مفهوم فشار ستون مایع به صورت زیر تعیین نمود:

$$\eta(r, \theta, t) = \frac{2R}{g} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{J_1 \left( \frac{\gamma_j r}{R} \right) A_j(t)}{J_1(\gamma_j) \gamma_j^2 - 1} \quad (50)$$

همچنین تغییر مکان قائم سطح آزاد مایع در نزدیکی دیواره به صورت زیر می‌باشد:

$$\eta(R, \theta, t) = \frac{2R}{g} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{A_j(t)}{\gamma_j^2 - 1} \quad (51)$$

در این رابطه  $\mathbf{F}_{gh}^T = -\rho_s t_w \{0 \quad -\sin\theta \quad \cos\theta\} \ddot{u}_{gh}(t)$  و رابطه (۳۵) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\delta w = -\delta \mathbf{f}^T (\mathbf{P}_{eff}^s + \mathbf{P}_{eff}^r) \ddot{u}_{gh}(t) = \delta \mathbf{f}^T \mathbf{P}_{eff} \quad (36)$$

$$(\mathbf{P}_{eff}^s)^T = \pi R t_w \rho_s \{ \mathbf{0} \quad -\int_0^{H_s} \Psi_{vn} \quad \int_0^{H_s} \Psi_{wn} \} \quad (37)$$

$$(\mathbf{P}_{eff}^r)^T = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \hat{\mathbf{T}}_i \quad (38)$$

با استفاده از اصل تغییرات انرژی و به کمک اصل هامیلتون، معادله حرکت حاکم بر رفتار مایع-پوسته یک سیستم نامیرا تحت اثر حرکت افقی زلزله را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$(\mathbf{M}_s + \mathbf{M}_{liquid}) \ddot{\mathbf{f}} + \mathbf{K}_s \mathbf{f} = \mathbf{p}_{eff} \quad (39)$$

برای حل معادله (۳۹) می‌توان از روش آنالیز مدال استفاده نمود. در ابتدا باید با مساوی صفر قرار دادن دترمینان سمت چپ این معادله، فرکانس‌های طبیعی ارتعاشی مایع-پوسته در حالت ضربه‌ای و شکل مود متناسب با فرکانس‌ها را به دست آورد. بنابراین بردار تغییر مکان پوسته به صورت زیر قابل بیان می‌باشد:

$$\mathbf{f} = \sum_{k=1}^{3m} \phi_k q_k \quad (40)$$

که در این رابطه  $\phi_k$  بردار ویژه مربوط به فرکانس مد  $k$ ام می‌باشد. با در نظر گرفتن میرایی، معادله حرکت در مد  $k$ ام به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\ddot{q}_k + 2\zeta_k \omega_k \dot{q}_k + \omega_k^2 q_k = -\beta_k \ddot{u}_{gh}(t) \quad (41)$$

$\zeta_k$ ،  $\omega_k$  و  $\beta_k$  به ترتیب نسبت میرایی، فرکانس طبیعی مایع-پوسته و ضریب مشارکت در مد  $k$ ام ارتعاشی در حالت ضربه‌ای می‌باشد. در این رابطه برای به دست آوردن تاریخچه زمانی حرکت،  $q_k(t)$ ، می‌توان از روش‌های عددی مانند روش نیومارک، روش درونیابی تحریک و غیره استفاده نمود.

## ۲-۱-۲- فشار هیدرودینامیک نوسانی

جهت محاسبه فشار هیدرودینامیک نوسانی،  $p_c$ ، ساده‌تر است که معادله لاپلاس مربوط به این فشار به صورت مستقیم حل شود:

$$\nabla^2 p_c = \frac{\partial^2 p_c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_c}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p_c}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p_c}{\partial z^2} = 0 \quad (42)$$

این معادله باید با شرایط مرزی مربوط به حالت فشار نوسانی حل گردد؛ که این شرایط مرزی به صورت زیر می‌باشند:

$$\left. \frac{\partial p_c}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad \left. \frac{\partial p_c}{\partial r} \right|_{r=R} = 0 \quad (43)$$

در این رابطه، جمله اول سمت راست  $p_{vf}$  فشار هیدرودینامیک ناشی از اثر انعطاف‌پذیری دیواره مخزن و جمله دوم این رابطه  $p_{vr}$  فشار هیدرودینامیک وارد بر دیواره با فرض صلب بودن مخزن تحت اثر تحریک قائم زلزله می‌باشند. با ملاحظه در جمله  $p_{vf}$  مشاهده می‌شود که این فشار وابسته به تغییر مکان شعاعی دیواره مخزن می‌باشد. در این مطالعه، برای تعیین تغییر مکان‌های پوسته در ارتعاش قائم نیز از روش ریلی-ریتر استفاده می‌شود. تحلیل پوسته در ارتعاش قائم زلزله یک مساله متقارن محوری بوده و تنها تغییر مکانها در جهات  $\hat{u}$  و  $\hat{w}$  قابل بیان می‌باشند و بردار تغییر مکان در این حالت به صورت  $\hat{r}^T = \{\hat{u} \ \hat{w}\}$  تعریف می‌شود. این تغییر مکان‌ها را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\hat{u}(z, t) = \sum_{j=1}^m \psi_{u_j}(z) \hat{f}_{u_j}(t) = \Psi_u(z) \hat{f}_u(t) \quad (59)$$

$$\hat{w}(z, t) = \sum_{j=1}^m \psi_{w_j}(z) \hat{f}_{w_j}(t) = \Psi_w(z) \hat{f}_w(t)$$

در این رابطه  $\Psi_u$  و  $\Psi_w$  ماتریس  $(1 \times m)$  توابع مجاز مورد استفاده در روش ریلی-ریتر است که در رابطه (۱۷) ذکر شده‌اند، و  $\hat{f}_u$  و  $\hat{f}_w$  ماتریسهای  $(m \times 1)$  ضرایب در جهات  $u$  و  $w$  می‌باشند. در فرم ماتریسی می‌توان تغییر مکان را به صورت زیر نوشت:

$$\hat{r}(z, t) = \mathbf{Q}(z) \hat{f}(t) \quad (60)$$

در این رابطه  $\{\hat{f}(t)\}^T = \{\hat{f}_u \ \hat{f}_w\}$  بوده و:

$$\mathbf{Q}(z) = \begin{bmatrix} \Psi_u & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Psi_w \end{bmatrix} \quad (61)$$

بر اساس تئوری اولین تقریب پوسته نازک [۲۸] روابط کرنش-تغییر مکان پوسته نازک متقارن مرکزی به صورت زیر می‌باشد:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u}{\partial z} \quad \varepsilon_\theta = \frac{w}{R} \quad \kappa_z = -\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad (62)$$

در این رابطه  $\varepsilon_z$  و  $\varepsilon_\theta$  کرنش عمودی در تار میانی پوسته و  $\kappa_z$  انحنا در راستای  $Z$  می‌باشد. در قالب ماتریسی می‌توان نوشت:

$$\hat{\varepsilon} = \hat{\mathbf{L}} \hat{r} \quad (63)$$

در این رابطه  $\hat{\mathbf{L}}$  نمایانگر ماتریس عملگر می‌باشد. با جایگذاری رابطه (۶۰) در رابطه (۶۳):

$$\hat{\varepsilon} = \hat{\mathbf{L}} \mathbf{Q} \hat{f} = \hat{\mathbf{B}} \hat{f} \quad (64)$$

انرژی پتانسیل کرنشی پوسته استوانه‌ای را می‌توان نوشت:

$$\hat{E}_p = \frac{1}{2} \int_0^{H_s} \int_0^{2\pi} \hat{\varepsilon}^T \hat{\mathbf{D}} \hat{\varepsilon} R d\theta dz = \frac{1}{2} \hat{f}^T \hat{\mathbf{K}}_s \hat{f} \quad (65)$$

که:

$$\hat{\mathbf{K}}_s = 2\pi R \int_0^{H_s} \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{D}} \hat{\mathbf{B}} dz \quad (66)$$

با استفاده از مفهوم طیف پاسخ، حداکثر  $A_j(t)$ ،  $S_{ac}$  نامیده می‌شود. بنابراین می‌توان معادله (۵۱) را به صورت زیر نوشت:

$$\eta_{\max} = \frac{S_{ac}}{g} R \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2}{\gamma_j^2 - 1} \quad (52)$$

در این رابطه  $\sum_{j=1}^{\infty} \frac{2}{\gamma_j^2 - 1} = 1$  می‌باشد. در نهایت، ارتفاع حداکثر موج نوسانی در کنار دیواره مخزن به صورت زیر قابل بیان می‌باشد:

$$\eta_{\max} = R \frac{S_{ac}}{g} \quad (53)$$

این معادله همان رابطه استفاده شده توسط آیین‌نامه ACI 350.3 می‌باشد. نکته قابل توجه این است که در این معادله اثر مودهای بالاتر هم در نظر گرفته شده است؛ ولی در آیین‌نامه تنها اثر مد اول نوسانی ذکر شده است. چنانچه تنها اثر مود اول در نظر گرفته شود، تغییر مکان حداکثر سطح آزاد مایع در کنار دیواره مخزن به شکل زیر نوشته خواهد شد:

$$\eta_{\max}|_{r=R} = 0.8368 R \frac{S_{ac}}{g} \quad (54)$$

## ۲.۲. روش تحلیلی پیشنهادی جهت استخراج فشار هیدرودینامیک تحت اثر تحریک قائم زلزله

تابع پتانسیل جریان ناشی از حرکت قائم زلزله،  $\Phi_v$ ، را می‌توان با حل رابطه (۱) با اعمال شرایط مرزی (۶)، (۷) و (۸) به دست آورد. از آنجایی که ارضاء شرط مرزی (۶) باعث پیچیدگی حل می‌شود، این شرط مرزی به صورت صفر فرض شده و در انتهای حل، اثر آن به فشار هیدرودینامیک اضافه می‌گردد. بنابراین:

$$\left. \frac{\partial \Phi_v}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (55)$$

با ارضاء شرایط مرزی (۵۵) و (۸):

$$\Phi_v = \sum_{i=1}^{\infty} A_i(t) I_0(\alpha_i r) \cos(\alpha_i z) \quad (56)$$

با کمک رابطه (۵۶) و اعمال شرط مرزی (۷):

$$\Phi_v = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \int_0^H \hat{w}(\bar{z}, t) \cos(\alpha_i \bar{z}) d\bar{z}}{H_L \alpha_i I_1(\alpha_i R)} I_0(\alpha_i r) \cos(\alpha_i z) \quad (57)$$

در این رابطه  $I_0$  و  $I_1$  به ترتیب توابع بسل اصلاح شده مرتبه صفر و یک و  $\alpha_i = (2i - 1)\pi / 2H_L$  می‌باشند. با اعمال شرط مرزی (۶) در رابطه (۵۷)، فشار هیدرودینامیک افقی ناشی از تحریک قائم زلزله به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$p_v(r, \theta, z, t) = -\frac{2\rho_l}{H_L} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{I_0(\alpha_i r) \cos(\alpha_i z)}{\alpha_i I_1(\alpha_i R)} \int_0^{H_L} \hat{w}(\bar{z}, t) \cos(\alpha_i \bar{z}) d\bar{z} - \rho_l (z - H_L) \ddot{u}_{gv}(t) = p_{vf} + p_{vr} \quad (58)$$



این رابطه با جایگذاری  $\ddot{u}_{gv}(t) = -\rho_s t_w \{1 \ 0\} \ddot{u}_{gv}(t)$  و  $\mathbf{F}_{gv}^T$  و  $p_{vf}$ ، رابطه (۷۵) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\delta w_{external} = -\delta \hat{\mathbf{f}}^T (\mathbf{P}_{eff}^{gv} + \mathbf{P}_{eff}^{vf}) \ddot{u}_{gh}(t) = \delta \hat{\mathbf{f}}^T \hat{\mathbf{P}}_{eff} \quad (۷۶)$$

که:

$$(\mathbf{P}_{eff}^{gv})^T = 2\pi R t_w \rho_s \left\{ \int_0^{H_s} \Psi_u dz \quad \mathbf{0} \right\} \quad (۷۷)$$

$$(\mathbf{P}_{eff}^{vf})^T = 2\pi R \rho_l \left\{ \mathbf{0} \quad \int_0^{H_L} (z - H_L) \Psi_w dz \right\} \quad (۷۸)$$

با استفاده از اصل تغییرات انرژی و به کمک اصل هامیلتون، معادله حرکت حاکم بر رفتار مایع-پوسته یک سیستم نامیرا تحت اثر حرکت قائم زلزله را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$(\mathbf{M}_S + \mathbf{M}_{liquid}) \ddot{\mathbf{f}} + \mathbf{K}_S \mathbf{f} = \mathbf{p}_{eff} \quad (۷۹)$$

برای حل معادله (۷۹) می‌توان از روش آنالیز مدال استفاده نمود. در ابتدا با مساوی صفر قرار دادن درمینان سمت چپ این معادله، فرکانس‌های طبیعی ارتعاشی مایع-پوسته در ارتعاش قائم و شکل  $w_{liquid}$  نمود متناسب با این فرکانس‌ها به دست می‌آید. بنابراین بردار

$$\sum_{i=1}^m \frac{4\pi R \rho_l I_0(\alpha_i r)}{H_L \alpha_i I_1(\alpha_i R)} \left( \int_0^{H_L} \ddot{w}(z, t) \cos(\alpha_i z) dz \right) \left( \int_0^{H_L} \delta w(z, t) \cos(\alpha_i z) dz \right)$$

به کمک رابطه (۵۹) می‌توان نوشت:

$$\hat{\mathbf{f}} = \sum_{k=1}^{2m} \hat{\phi}_k \hat{q}_k \quad (۸۰)$$

که در این رابطه  $\hat{\phi}_k$  بردار ویژه مربوط به فرکانس مد  $k$ ام می‌باشد. با در نظر گرفتن میرایی، معادله حرکت درمد  $k$ ام به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\ddot{q}_k + 2\zeta_f \hat{\omega}_k \dot{q}_k + \omega_k^2 q_k = -\hat{\beta}_k \ddot{u}_{gv}(t) \quad (۸۱)$$

$\zeta_f$ ،  $\hat{\omega}_k$  و  $\hat{\beta}_k$  به ترتیب نسبت میرایی، فرکانس طبیعی مایع-پوسته و ضریب مشارکت در مد  $k$ ام ارتعاشی در حالت ارتعاش قائم می‌باشد. در این رابطه برای به دست آوردن تاریخچه زمانی حرکت،  $\hat{q}_k(t)$  می‌توان از روش‌های عددی مانند روش نیومارک، روش درونیایی تحریک و غیره استفاده نمود.

### ۳- صحت سنجی روش تحلیلی پیشنهادی

#### ۳-۱- صحت سنجی روابط تحت تحریک افقی زلزله

در این قسمت به صحت سنجی روابط استخراج شده و مقایسه جواب‌ها با تحقیق مسلمی-کیانوش [۱۵] پرداخته می‌شود. مثال مورد مطالعه یک مخزن استوانه‌ای بتنی بلند به قطر  $D=34m$ ، ارتفاع دیواره  $H_S=12m$  و ضخامت دیواره  $t_w=0.5m$  می‌باشد که تا ارتفاع  $H_L=11m$  از آب پر شده است. این مخزن تحت اثر رکورد شمالی-جنوبی زلزله ال سنتر و ۱۹۴۰ با حداکثر شتاب مقیاس شده

در این رابطه  $\hat{\mathbf{D}}$  ماتریس ضرایب تنش-کرنش در مساله متقارن محوری می‌باشد. همچنین، انرژی جنبشی پوسته استوانه‌ای:

$$\hat{E}_{K_s} = \frac{1}{2} \int_0^{H_s} \int_0^{2\pi} m(z) \dot{\mathbf{f}}^T \dot{\mathbf{f}} R d\theta dz = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{f}}^T \hat{\mathbf{M}}_S \dot{\mathbf{f}} \quad (۶۷)$$

که:

$$\hat{\mathbf{M}}_S = 2\pi R \int_0^{H_s} m(z) \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} dz \quad (۶۷)$$

در این روابط  $\hat{\mathbf{K}}_S$  و  $\hat{\mathbf{M}}_S$  به ترتیب ماتریس‌های جرم و سختی پوسته مخزن در ارتعاش قائم بوده و  $m(z)$  جرم واحد سطح دیواره مخزن می‌باشد. کار انجام شده توسط فشار ناشی از اندرکنش مایع-پوسته ( $p_{vf}$ ) در یک تغییر مکان دلخواه  $\delta w$ ، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\delta w_{liquid} = \int_0^{H_L} \int_0^{2\pi} P_{vf}(R, \theta, z, t) \cdot \delta w R d\theta dz \quad (۶۸)$$

با قرار دادن  $p_{vf}$  از رابطه (۵۸) در رابطه (۶۸):

$$(۶۹)$$

$$\int_0^{H_L} \ddot{w}(\bar{z}, t) \cos(\alpha_i \bar{z}) d\bar{z} = \left( \int_0^{H_L} \Psi_w(z) \cos(\alpha_i z) dz \right) \ddot{\mathbf{f}}_w(t) \quad (۷۰)$$

با معرفی  $\bar{\mathbf{Q}}_i = \int_0^{H_L} \Psi_w(z) \cos(\alpha_i z) dz$ ، در رابطه (۷۰):

$$\int_0^{H_L} \ddot{w}(\bar{z}, t) \cos(\alpha_i \bar{z}) d\bar{z} = \hat{\mathbf{Q}}_i \ddot{\mathbf{f}} \quad (۷۱)$$

که:

$$\hat{\mathbf{Q}}_i = \{ \mathbf{0} \quad \bar{\mathbf{Q}}_i \} \quad (۷۲)$$

بنابراین:

$$\delta w_{liquid} = -\delta \hat{\mathbf{f}}^T \hat{\mathbf{M}}_{liquid} \ddot{\mathbf{f}} \quad (۷۳)$$

در این رابطه  $\hat{\mathbf{M}}_{liquid}$  ماتریس جرم افزوده ناشی از اندرکنش مایع-پوسته تحت ارتعاش قائم بوده و به صورت زیر به دست می‌آید:

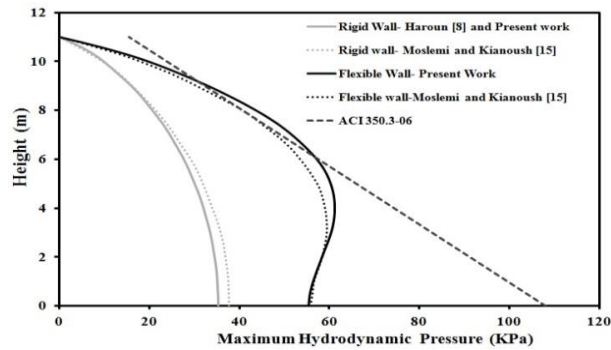
$$\hat{\mathbf{M}}_{liquid} = \sum_{i=1}^m \hat{C}_i (\hat{\mathbf{Q}}_i)^T \hat{\mathbf{Q}}_i \quad (۷۴)$$

در این رابطه  $\hat{C}_i = \frac{4\pi R \rho_l I_0(\alpha_i r)}{H_L \alpha_i I_1(\alpha_i R)}$  می‌باشد. بردار نیروی موثر زلزله قائم از جمع دو مقدار به دست می‌آید: الف) نیروی اینرسی گسترده وارد بر دیواره مخزن ب) فشار هیدرودینامیک وارد شده روی دیواره مخزن با صلب فرض کردن دیواره که همان رابطه مربوط به  $p_{vf}$  می‌باشد. کار انجام شده توسط این نیروهای خارجی به صورت زیر نوشته می‌شود:

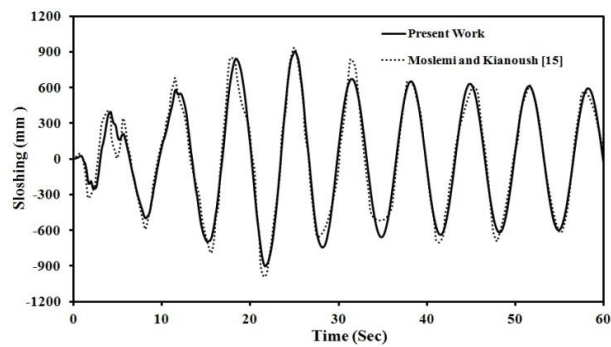
$$(۷۵)$$

$$\delta w_{external} = \int_0^{H_s} \int_0^{2\pi} (\mathbf{F}_{gv}^T \cdot \delta \hat{\mathbf{f}}) R d\theta dz + \int_0^{H_L} \int_0^{2\pi} (p_{vf} \delta w \cos \theta) R d\theta dz$$

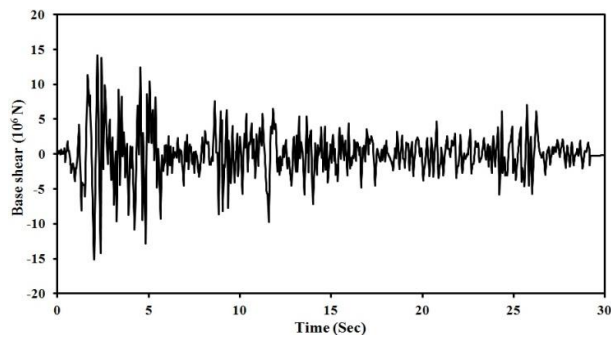
حاوی مایع، تمرکز اصلی این مقاله روی تخمین فشار ضربه‌ای بوده و در ادامه کمتر به فشار نوسانی پرداخته خواهد شد.



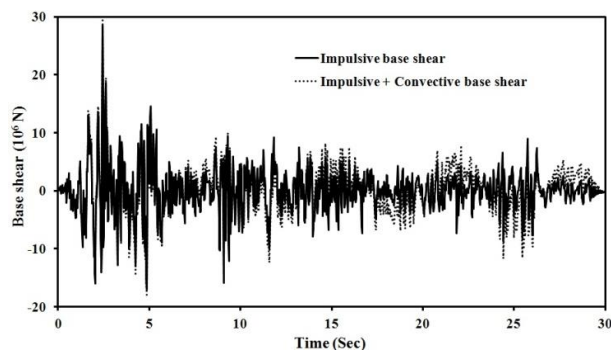
شکل ۲- مقایسه فشار هیدرودینامیک ضربه‌ای در ارتفاع مخزن



شکل ۳- مقایسه تاریخچه زمانی ارتفاع موج نوسانی در تحقیقات مسلمی-کیانوش و تحقیق حاضر



شکل ۴- تاریخچه زمانی برش پایه ناشی از فشار ضربه‌ای در مخزن صلب



شکل ۵- تاریخچه زمانی برش پایه ناشی از فشار ضربه‌ای و مجموع فشار ضربه‌ای و نوسانی در مخزن انعطاف پذیر

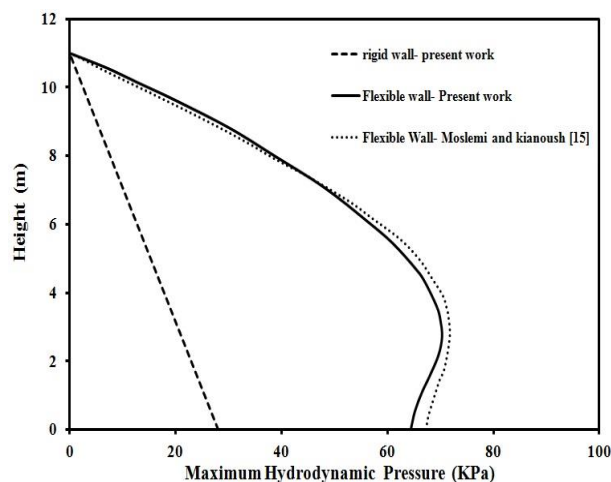
0.4g قرار دارد. چگالی بتن مخزن،  $\rho_s = 2400 \text{ kg/m}^3$ ، مدول الاستیسته آن،  $E = 24.86 \text{ GPa}$  و  $\nu = 0.16$  می‌باشد. جهت مقایسه جواب‌ها با آیین‌نامه ACI 350.3-06 نسبت میرایی فشارهای ضربه‌ای و نوسانی به ترتیب 5% و 0.5% در نظر گرفته می‌شود. شکل ۲ به مقایسه فشار هیدرودینامیک ضربه‌ای وارد بر دیواره مخزن در این تحقیق با استفاده از روش تحلیلی پیشنهادی، تحقیقات مسلمی-کیانوش [۱۵] و آیین‌نامه ACI 350.3-06 می‌پردازد. جهت محاسبه فشار هیدرودینامیک ضربه‌ای در این تحقیق برای مخزن صلب از رابطه  $p_{hr}$  و برای مخزن انعطاف پذیر از مجموع  $p_{hr}$  و  $p_{hf}$  استفاده شده است. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، نتایج تحقیق حاضر به نتایج مسلمی-کیانوش [۱۵] بسیار نزدیک است. در مورد مخزن صلب نتایج این تحقیق دقیقاً منطبق بر نتایج هارون [۸] می‌باشد. لازم به ذکر است که مقدار I (ضریب اهمیت) و R (ضریب رفتار) در استفاده از آیین‌نامه برابر ۱ در نظر گرفته شده است. منظور از مقایسه فشار هیدرودینامیک برای مخازن صلب و انعطاف پذیر نمایش تفاوت در مقدار و شکل دیاگرام فشار برای این دو مخزن است. شکل ۳ به مقایسه تاریخچه زمانی ارتفاع موج نوسانی در جهت  $\theta = 0$  و کنار دیواره در تحقیق حاضر و مطالعات مسلمی و کیانوش [۱۵] می‌پردازد. همان‌طور که دیده می‌شود این نتایج به نتایج مسلمی-کیانوش [۱۵] نزدیک است.

شکل ۴ و ۵ تاریخچه زمانی برش پایه برای فشار هیدرودینامیک ضربه‌ای در حالت دیواره مخزن صلب و دیواره مخزن انعطاف پذیر را نشان می‌دهد. مقدار ماکزیمم برش پایه برای مخازن صلب و انعطاف پذیر به ترتیب  $15.1 \times 10^6 \text{ N}$  و  $28.4 \times 10^6 \text{ N}$  می‌باشد؛ که نشان دهنده افزایش ۸۸ درصدی برش پایه مخزن انعطاف پذیر نسبت به حالت مخزن صلب است. این اختلاف نشان دهنده اهمیت انعطاف پذیری دیواره مخزن می‌باشد. همچنین در شکل ۵ تاریخچه زمانی برش پایه ناشی از مجموع فشار هیدرودینامیک ضربه‌ای و نوسانی رسم شده است. در این شکل به مقایسه تاریخچه زمانی برش پایه فشار ضربه‌ای و مجموع فشار ضربه‌ای و نوسانی پرداخته شده که مقدار حداکثر هر کدام به ترتیب  $28.4 \times 10^6 \text{ N}$  و  $29.46 \times 10^6 \text{ N}$  می‌باشد. با مقایسه این اعداد این نتیجه حاصل می‌شود که فشار نوسانی باعث افزایش ۳/۷ درصدی برش پایه خواهد شد که نشان دهنده اهمیت کم اثر فشار نوسانی در نیروهای لرزه‌ای وارد بر مخزن می‌باشد. بنابراین بخاطر اهمیت عمده فشار ضربه‌ای در تعیین نیروهای لرزه‌ای وارد بر مخزن

مثال مورد مطالعه دیگر در این قسمت همان مثال ذکر شده در بند ۱.۳ می‌باشد که تحت اثر شتاب قائم زلزله السنترو قرار دارد. در شکل ۶ به مقایسه فشار هیدرودینامیک تحت ارتعاش قائم محاسبه شده در این تحقیق با نتایج حاصل از تحقیق مسلمی-کیانوش [۱۵] پرداخته شده است. همانطور که در این شکل دیده می‌شود، نتایج روش تحلیلی پیشنهادی تحت اثر ارتعاش قائم دارای مطابقت خوبی با نتایج مسلمی و کیانوش می‌باشد. لازم به ذکر است که در محاسبه فشار هیدرودینامیک در مخزن صلب از رابطه  $p_{vr}$  و در مخزن انعطاف پذیر از مجموع  $p_{vf}$  و  $p_{vr}$  موجود در رابطه (۶۵) استفاده شده است.

#### ۴- ارائه مدل مکانیکی پیشنهادی برای تحریک افقی زلزله

در استانداردها و آیین‌نامه‌هایی مانند ACI 350.3 [۲۲]، استاندارد نیوزیلند [۲۳] و یوروکد ۸ [۲۴] که معمولاً برای طراحی مخازن استفاده می‌شود، نیروهای طراحی با استفاده از مدل هاوسنر [۲ و ۳] برای مخازن صلب با مقادیری تغییرات به دست می‌آیند.



شکل ۶- مقایسه فشار هیدرودینامیک ضربه‌ای ناشی از ارتعاش قائم در این آیین‌نامه‌ها هر چند اهمیت اثر انعطاف پذیری دیواره تشخیص داده شده و ضرایب افزایشده متناظر پذیرفته شده است ولی اثر انعطاف پذیری دیواره با یک روش منطقی و دقیق در نظر گرفته نشده است [۱۵ و ۱۷]. هدف اصلی این قسمت از مقاله، ارائه یک مدل کاربردی و مهندسی است که با استفاده از آن بتوان به سادگی و با سرعت، برآورد نسبتاً دقیقی از پاسخ‌های لرزه‌ای مخازن استوانه‌ای بتنی ذخیره مایع با دیواره انعطاف پذیر به دست آورد. در مدل مکانیکی پیشنهادی اثر دو فشار ضربه‌ای و نوسانی بر دیواره

با توجه به این مثال (شکل ۲) می‌توان نتیجه گرفت که آیین‌نامه ACI 350.3 تفاوتی بین مخزن صلب و انعطاف پذیر قائل نیست و برش پایه و لنگر خمشی یکسانی را در هر دو حالت، تحت فشار ضربه‌ای تخمین می‌زند. این امر با خطای زیادی همراه می‌باشد که ناشی از دقت کم در تخمین فشار ضربه‌ای است. بنابراین چنین به نظر می‌رسد که آیین‌نامه مزبور توجهی به اهمیت انعطاف پذیری دیواره مخازن بتنی نداشته و از این نظر نیاز به اصلاح دارد. در قسمت بعد این مقاله به ارائه یک مدل مکانیکی کاربردی و با دقت مناسب، با نگاه ویژه به اثر فشار ضربه‌ای، خاص مخازن بتنی با دیواره انعطاف پذیر پرداخته می‌شود.

#### ۳-۲- صحت‌سنجی روابط پیشنهادی برای تحریک قائم زلزله

در این قسمت به مقایسه فرکانس‌های طبیعی ناشی از ارتعاش قائم مخزن استوانه‌ای بتنی پرداخته می‌شود. این مخزن دارای ضریب پواسون  $\nu = 0.17$ ، نسبت چگالی مایع به چگالی بتن  $\rho_l/\rho_s = 0.4$  و نسبت ضخامت دیواره مخزن به شعاع  $t^w/R = 0.01$  می‌باشد. فرکانس طبیعی ارتعاش قائم به‌ازای نسبت‌های مختلف ارتفاع مایع به شعاع مخزن در جدول ۱ نشان داده شده است. مقادیر این جدول بر حسب  $\omega/\omega_0$  است؛ که  $\omega$  فرکانس طبیعی مخزن تحت ارتعاش قائم و  $\omega_0 = 1/R \sqrt{E/\rho_s}$  می‌باشد. همانطور که در این جدول مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از تحقیق تحلیلی پیشنهادی دارای مطابقت خوبی با تحقیق ولتسوس [۲۱] می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود که آیین‌نامه ACI 350.3 جواب‌هایی متفاوت با روش تحلیلی پیشنهادی و تحقیق ولتسوس در تعیین فرکانس‌های طبیعی ارتعاش قائم ارائه داده است.

جدول ۱- مقایسه فرکانس‌های طبیعی مخزن بتنی استوانه‌ای با نسبت ارتفاع مایع به شعاع مختلف تحت اثر ارتعاش قائم با روش‌های مختلف

$H_l/R$	ولتسوس [۲۱]	روش تحلیلی پیشنهادی	آیین‌نامه ACI
۰/۳	۰/۴۲۴۰	۰/۴۱۶۷	۰/۵۲۷۰
۰/۵	۰/۲۸۴۲	۰/۲۸۲۸	۰/۳۱۶۲
۰/۷۵	۰/۲۰۹۰	۰/۲۰۸۵	۰/۲۱۰۸
۱	۰/۱۶۵۱	۰/۱۶۴۹	۰/۱۵۸۱

$$Q_L(t) = \int_0^{H_L} \int_0^{2\pi} p|_{r=R} \cos\theta R d\theta dz \quad (۸۲)$$

$$M_L(t) = \int_0^{H_L} \int_0^{2\pi} p|_{r=R} \cos\theta R z d\theta dz$$

با قرار دادن فشار نوسانی ( $p_c$ ) از رابطه (۴۶)، فشار ناشی از انعطاف‌پذیری دیواره ( $p_{hf}$ ) و فشار وارد بر دیواره صلب مخزن ( $p_{hr}$ )، رابطه (۱۲)، در رابطه (۸۲) می‌توان برش و ممان خمشی پایه هیدرودینامیک را به دست آورد. با قرار دادن فشار هیدرودینامیکی ناشی از حرکت زمین ( $p_{hr}$ ):

$$Q_{rL}(t) = \int_0^{H_L} \int_0^{2\pi} p_{hr}|_{r=R} \cos\theta R d\theta dz = m_{rL} \ddot{u}_{gh}(t) \quad (۸۳)$$

$$M_{rL}(t) = \int_0^{H_L} \int_0^{2\pi} p_{hr}|_{r=R} \cos\theta R z d\theta dz = m_{rL} h_{rL} \ddot{u}_{gh}(t) \quad (۸۴)$$

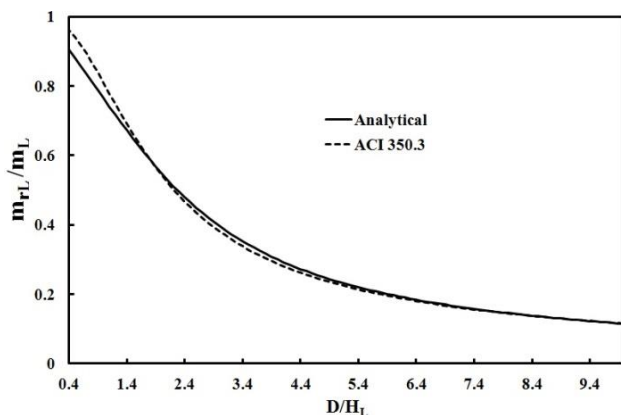
$$\frac{m_{rL}}{m_L} = \frac{2}{R H_L^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{I_1(\alpha_i R)}{\alpha_i^3 I_1'(\alpha_i R)} \quad (۸۴)$$

$$\frac{h_{rL}}{H_L} = \sum_{i=1}^{\infty} f(\alpha_i) \Re(\mu_i) / \sum_{i=1}^{\infty} f(\alpha_i) \mu_i \sin(\mu_i) \quad (۸۵)$$

که  $\Re(\mu_i) = (\mu_i) \sin(\mu_i) + \cos(\mu_i) - 1$ ،  $\mu_i = \alpha_i H_L$  و  $f(\alpha_i) = \frac{(-1)^{i+1} I_1(\alpha_i R)}{\alpha_i^4 I_1'(\alpha_i R)}$  می‌باشند. در این رابطه  $m_{rL}$  معرف جرم موثر

در مقابل حرکت زمین،  $m_L$  جرم مایع درون مخزن و  $h_{rL}$  نقطه برآیند فشار ناشی از حرکت زمین و محل اثر جرم معادل در مدل مکانیکی پیشنهادی می‌باشد. شکل ۸ و ۹ مقادیر  $m_{rL}/m_L$  و  $h_{rL}/H_L$  بر حسب نسبت قطر به ارتفاع مخزن ( $D/H_L$ ) در مدل مکانیکی پیشنهادی را نشان داده و با آیین‌نامه ACI 350.3 مقایسه گردیده است.

همچنین با احتساب تغییر شکل دیواره نسبت به زمین با فرض مد اول به عنوان مد غالب در مدل مکانیکی پیشنهادی و با جایگذاری فشار  $p_{hf}$  در رابطه (۸۲)، مقدار برش پایه و لنگر واژگونی هیدرودینامیک ناشی از اثر انعطاف‌پذیری دیواره به دست می‌آید:



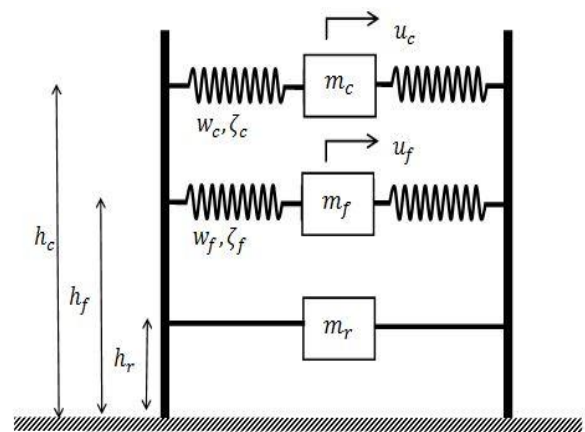
شکل ۸- مقایسه مقدار  $m_{rL}/m_L$  بر حسب نسبت قطر به ارتفاع مایع ( $D/H_L$ ) در مدل مکانیکی پیشنهادی و آیین‌نامه ACI

انعطاف‌پذیر در نظر گرفته می‌شود. در این مدل اثر سیال و اثر جرم مخزن برای تعیین نیروهای لرزه‌ای در نظر گرفته می‌شود که در شکل ۷ نشان داده شده است. پارامترهای مربوط به این مدل در ادامه محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است که تنها مدل سه‌جرمی موجود مربوط به مدل هارون [۹] می‌باشد. مدل مکانیکی پیشنهادی از نظر شکل مشابه مدل هارون بوده با این تفاوت که مدل مخازن برای مخازن فولادی ارائه شده است ولی این مدل خاص مخازن بتنی می‌باشد. تفاوت‌های عمده این مدل با مدل هارون را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

۱) پارامترهای مدل مکانیکی هارون برای مخازن فولادی قابل استفاده بوده و قابل تعمیم به مخازن بتنی نمی‌باشند. در مدل هارون این پارامترها حداکثر برای نسبت  $t_w/R = 0.004$  ارائه شده است؛ در صورتیکه در مخازن بتنی این مقدار حداقل برابر 0.01 می‌باشد. در مدل مکانیکی پیشنهادی پارامترها بر اساس نسبت‌هایی در حد مخازن بتنی ارائه شده‌اند.

۲) در مدل هارون اثر میزان پرشدگی مخزن لحاظ نشده و پارامترها تنها برای مخازن کاملاً پر ارائه شده است؛ در صورتیکه مدل پیشنهادی این اثر را لحاظ می‌کند.

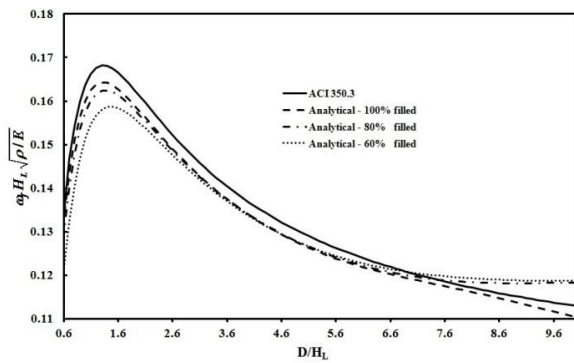
۳) در مدل هارون اثر دیواره مخزن نادیده گرفته شده در صورتیکه در مخازن بتنی این اثر بسیار حائز اهمیت می‌باشد و در مدل پیشنهادی این اثر به صورت دقیق در نظر گرفته می‌شود.



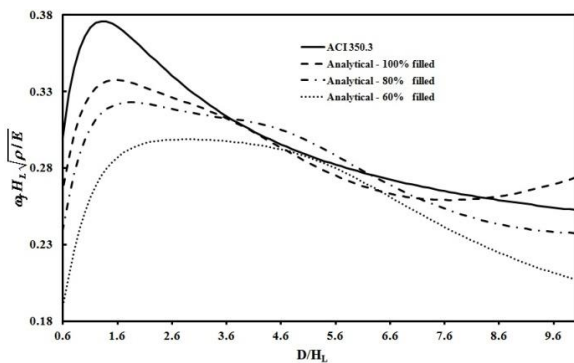
شکل ۷- مدل مکانیکی پیشنهادی برای تحریک افقی زلزله

#### ۴-۱- اثر سیال در مدل مکانیکی پیشنهادی

مقدار برش پایه و لنگر واژگونی ناشی از سیال در هر لحظه از زمان تحت زلزله افقی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:



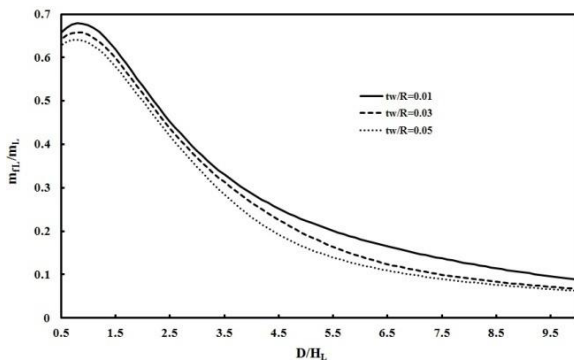
(الف)



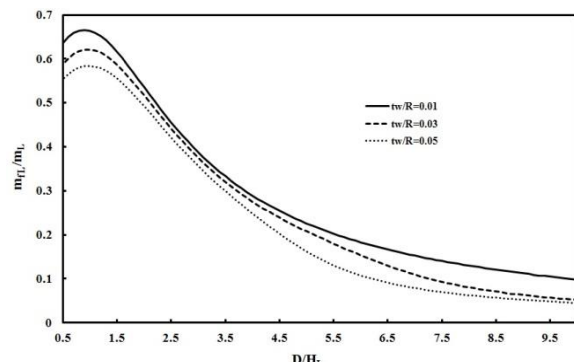
(ب)

شکل ۱۰- مقایسه پارامتر فرکانس مخزن با نسبت پرشدگی مختلف

با آیین‌نامه ACI به ازای (الف)  $t_w/R = 0.01$  (ب)  $t_w/R = 0.05$



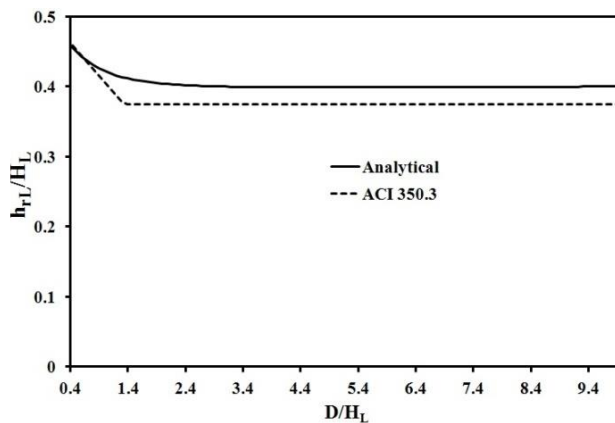
(الف)



(ب)

شکل ۱۱- مقایسه  $m_{jL}/m_L$  به ازاء  $t_w/R$  های مختلف در مدل

مکانیکی پیشنهادی به ازای (الف) ۱۰۰٪ پرشدگی (ب) ۸۰٪ پرشدگی



شکل ۹- مقایسه مقدار  $h_{jL}/H_L$  بر حسب نسبت قطر به ارتفاع

( $D/H_L$ ) در مدل مکانیکی پیشنهادی و آیین‌نامه ACI

$$Q_{jL}(t) = \int_0^{H_L} \int_0^{2\pi} p_{hf}|_{r=R} \cos\theta R d\theta dz = \sum_{k=1}^{3m} Q_f^k \ddot{q}_k(t) \quad (86)$$

$$= m_{jL} \ddot{u}_f(t)$$

$$M_{jL}(t) = \int_0^{H_L} \int_0^{2\pi} p_{hf}|_{r=R} \cos\theta R z d\theta dz \quad (87)$$

$$= \sum_{k=1}^{3m} M_{jL}^k \ddot{q}_k(t) = m_{jL} h_{jL} \ddot{u}_f(t)$$

که:

$$Q_f^k = \left[ \frac{2\rho_j R \pi}{H_L} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i I_1(\alpha_i R)}{\alpha_i^2 I_1'(\alpha_i R)} \bar{\mathbf{T}}_i \right] \phi_k \quad (88)$$

$$M_{jL}^k = \left[ \frac{2\rho_j R \pi}{H_L} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{I_1(\alpha_i R) \Re(\mu_i)}{\alpha_i^2 I_1'(\alpha_i R)} \bar{\mathbf{T}}_i \right] \phi_k \quad (89)$$

در این رابطه معرف جرم موثر در تغییر شکل دیواره (اثر انعطاف‌پذیری دیواره مخزن) بوده و  $u_f$  از حل معادله دیفرانسیل زیر به دست می‌آید:

$$\ddot{u}_f(t) + 2\zeta_f \omega_j \dot{u}_f(t) + \omega_j^2 u_f(t) = -\ddot{u}_{gh}(t) \quad (90)$$

با مقایسه روابط (۹۹) و (۴۱) می‌توان نوشت:

$$\ddot{q}_k(t) = \beta_k \ddot{u}_f(t) \quad (91)$$

بنابراین:

$$\frac{m_{jL}}{m_L} = \frac{2\beta_1}{H_L^2 R} \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{I_1(\alpha_i R)}{\alpha_i^2 I_1'(\alpha_i R)} \bar{\mathbf{T}}_i \right] \phi_1 \quad (92)$$

$$\frac{h_{jL}}{H_L} = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i f(\alpha_i) \Re(\mu_i) \bar{\mathbf{T}}_i \phi_1}{\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i f(\alpha_i) \mu_i \sin(\mu_i) \bar{\mathbf{T}}_i \phi_1} \quad (93)$$

شکل ۱۰ پارامتر فرکانس مخزن ( $\omega_j H_L \sqrt{\rho/E}$ ) با در نظر گرفتن

اثر انعطاف‌پذیری دیواره بر حسب نسبت قطر مخزن به ارتفاع سیال درون آن ( $D/H_L$ ) را نشان می‌دهد. همچنین در این نمودار پارامتر فرکانس بر حسب میزان پرشدگی های مختلف ترسیم و با آیین‌نامه ACI 350.3-06 مقایسه شده است. شکل‌های ۱۱ و ۱۲ مقادیر  $m_{jL}/m_L$  و  $h_{jL}/H_L$  را بر حسب  $D/H_L$  به ازای میزان پرشدگی -

ها و نسبت  $t_w/R$  مختلف نشان می‌دهد.

$$Q_{iL} = [m_{rL} - m_{fL}] \ddot{u}_{gh}(t) + m_{fL} [\ddot{u}_f(t) + \ddot{u}_{gh}(t)] \quad (101)$$

$$M_{iL} = [m_{rL} h_{rL} - m_{fL} h_{fL}] \ddot{u}_{gh}(t) + m_{fL} h_{fL} [\ddot{u}_f(t) + \ddot{u}_{gh}(t)] \quad (102)$$

در روابط فوق  $\ddot{u}_f(t) + \ddot{u}_{gh}(t)$  شتاب کل دیواره مخزن بوده که با توجه به مفهوم طیف پاسخ، حداکثر آن  $S_{af}$  می‌باشد. بنابراین، می‌توان حداکثر برش پایه و لنگر واژگونی ناشی از فشار هیدرودینامیکی را به صورت زیر تخمین زد:

$$Q_{\max} = |m_c S_{ac}| + |(m_{rL} - m_{fL})(\ddot{u}_{gh}(t))_{\max}| + |m_{fL} S_{af}| \quad (103)$$

$$= (Q_c)_{\max} + (Q_{iL})_{\max}$$

$$M_{\max} = |m_c h_c S_{ac}| + |(m_{rL} h_{rL} - m_{fL} h_{fL})(\ddot{u}_{gh}(t))_{\max}| + |m_{fL} h_{fL} S_{af}| \quad (104)$$

$$= (M_c)_{\max} + (M_{iL})_{\max}$$

#### ۴-۲- اثر دیواره مخزن در مدل مکانیکی پیشنهادی

در این قسمت به اثر دیواره مخزن در تعیین پاسخ دینامیکی ناشی از تحریک افقی زلزله پرداخته می‌شود. این قسمت شامل اثر جرم دیواره ناشی از حرکت زمین و اثر تغییر شکل نسبی دیواره می‌باشد. لازم به ذکر است این اثرات در مخازن بتنی بسیار حائز اهمیت می‌باشند. برش پایه ناشی از اثر اینرسی دیواره مخزن در یک مخزن صلب مشابه را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$Q_{rS}(t) = \int_0^{H_s} \int_0^{2\pi} t_w \rho_s \ddot{u}_{gh}(t) R d\theta dz = m_{rS} \ddot{u}_{gh}(t) \quad (105)$$

$$\frac{m_{rS}}{m_L} = \frac{2t_w H_s \rho_s}{R H_L \rho_L} \quad (106)$$

همچنین، برش پایه ناشی از تغییر شکل نسبی دیواره مخزن را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$Q_{fS}(t) = \int_0^{H_s} \int_0^{2\pi} t_w \rho_s \ddot{w} \cos\theta R d\theta dz = \sum_{k=1}^K Q_{fS}^k \ddot{q}_k(t) \quad (107)$$

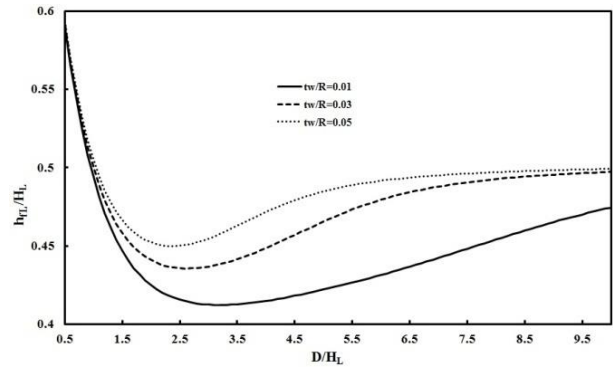
که:

$$Q_{fS}^k = [4R t_w \rho_s \int_0^{H_s} \{0 \quad 0 \quad \psi_w\} dz] \phi_k \quad (108)$$

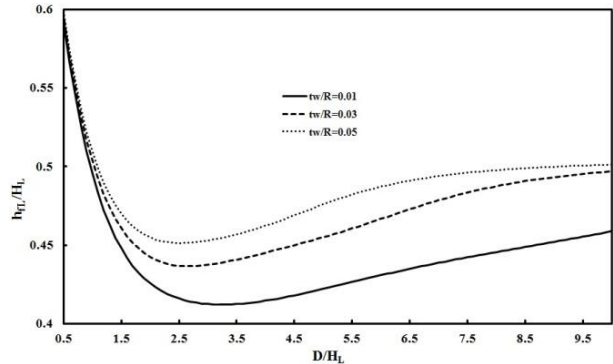
در مدل مکانیکی می‌توان نوشت:

$$Q_{fS}(t) = m_{fS} \ddot{u}_f(t) \quad (109)$$

در این روابط  $m_{rS}$  و  $m_{fS}$  به ترتیب جرم کل دیواره مخزن و جرم معادل ناشی از تغییر شکل دیواره مخزن می‌باشند. در شکل ۱۳ نمودار تغییرات جرم معادل ناشی از اثر تغییر شکل نسبی دیواره بر حسب نسبت قطر به ارتفاع سیال درون مخزن ( $D/H_L$ ) به ازای پرشدگی و  $t_w/R$  های مختلف نشان داده شده است.



(الف)



(ب)

شکل ۱۲- مقایسه  $h_{fL}/H_L$  به ازاء  $t_w/R$  های مختلف در مدل مکانیکی پیشنهادی به ازای (الف) ۱۰۰٪ پرشدگی (ب) ۸۰٪ پرشدگی

با جایگذاری رابطه (۴۶) در رابطه (۸۳) و ساده سازی، مقادیر برش پایه و لنگر واژگونی ناشی از فشار نوسانی با در نظر گرفتن مد اول نوسانی به تنهایی به عنوان مد غالب به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$Q_c(t) = m_c A_1(t) = m_c \ddot{u}_c(t) \quad (94)$$

$$M_c(t) = m_c h_c A_1(t) = m_c h_c \ddot{u}_c(t) \quad (95)$$

که:

$$\frac{m_c}{m_L} = 0.228 \left(\frac{D}{H_L}\right) \text{Tanh}\left[\frac{3.68}{D/H_L}\right] \quad (96)$$

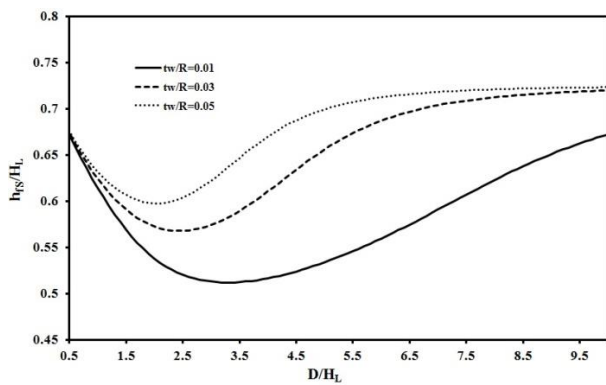
$$\frac{h_c}{H_L} = 1 - \frac{\text{Cosh}\left[\frac{3.68}{D/H_L}\right] - 1}{\frac{3.68}{D/H_L} \text{Sinh}\left[\frac{3.68}{D/H_L}\right]} \quad (97)$$

روابط (۹۶) و (۹۷) همان روابط ارائه شده توسط آیین‌نامه ACI می‌باشند. اکنون برش پایه و لنگر واژگونی ناشی از فشار هیدرودینامیکی کل در مدل مکانیکی پیشنهادی را می‌توان نوشت:

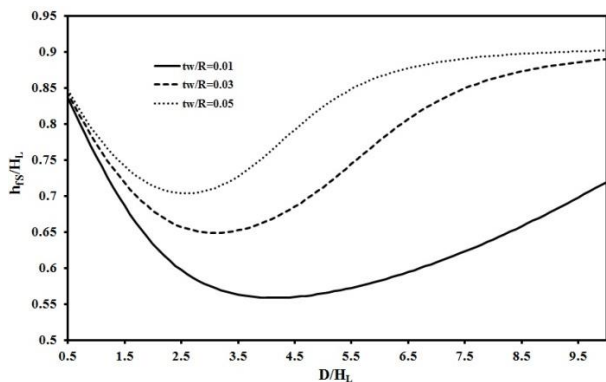
$$Q(t) = m_c \ddot{u}_c(t) + m_{rL} \ddot{u}_{gh}(t) + m_{fL} \ddot{u}_f(t) = Q_c(t) + Q_{iL}(t) \quad (99)$$

$$M(t) = m_c h_c \ddot{u}_c(t) + m_{rL} h_{rL} \ddot{u}_{gh}(t) + m_{fL} h_{fL} \ddot{u}_f(t) = M_c(t) + M_{iL}(t) \quad (100)$$

جملات برش پایه و لنگر واژگونی فشار هیدرودینامیک ضربه‌ای را می‌توان به صورت زیر بسط داد:



(الف)



(ب)

شکل ۱۴- مقدار  $h_{fS} / H_L$  بر حسب  $t_w / R$  های مختلف. (الف) میزان پرشدگی ۱۰۰ درصد (ب) میزان پرشدگی ۸۰ درصد

رابطه (۱۱۱) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$M_S(t) = (m_{rS} h_{rS} - m_{fS} h_{fS}) \ddot{u}_g(t) + m_{fS} h_{fS} (\ddot{u}_f(t) + \ddot{u}_g(t)) \quad (112)$$

مقدار حداکثر لنگر واژگونی ناشی از اثر دیواره مخزن را با استفاده از طیف پاسخ می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$(M_S)_{\max} = |(m_{rS} h_{rS} - m_{fS} h_{fS}) \ddot{u}_{gh}(t)_{\max}| + |m_{fS} h_{fS} \ddot{u}_f(t)_{\max}| \quad (113)$$

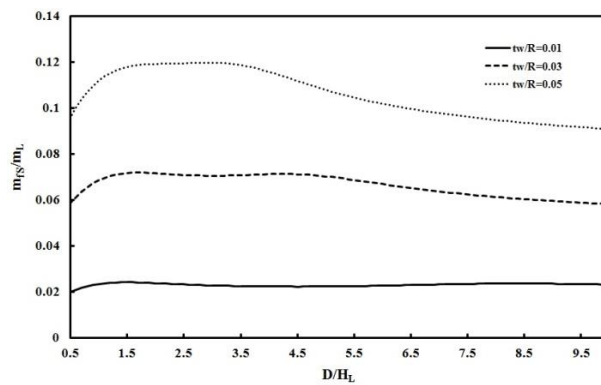
با استفاده از روابط (۱۱۴) و (۱۱۵) می‌توان خصوصیات مدل مکانیکی پیشنهادی (شکل ۷) را با در نظر گرفتن اثر سیال و دیواره مخزن به دست آورد:

$$h_r = \frac{m_{rL} h_{rL} + m_{rS} h_{rS}}{m_{rL} + m_{rS}} \quad (114)$$

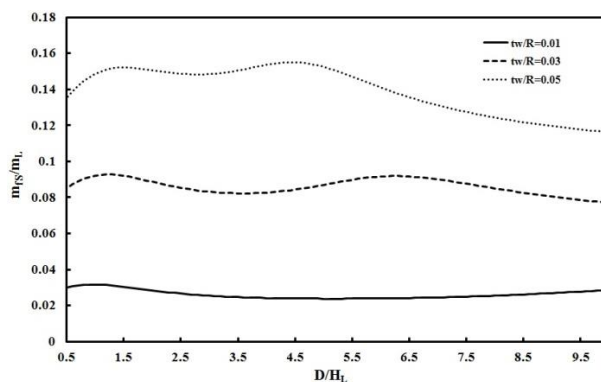
$$h_f = \frac{m_{fL} h_{fL} + m_{fS} h_{fS}}{m_{fL} + m_{fS}} \quad (115)$$

## ۵- حل مثال‌های عددی

**مثال ۱.** در این قسمت به صحت سنجی مدل مکانیکی پیشنهادی و مقایسه جواب‌ها با آیین‌نامه ACI 350.3-06 پرداخته می‌شود. مثال مورد مطالعه یک مخزن استوانه‌ای بتنی عریض به قطر



(الف)



(ب)

شکل ۱۳- مقدار  $m_{fS} / m_L$  بر حسب  $t_w / R$  های مختلف. (الف) میزان پرشدگی ۱۰۰ درصد (ب) میزان پرشدگی ۸۰ درصد

برش پایه کل ناشی از دیواره مخزن را می‌توان نوشت:

$$Q_S(t) = m_{rS} \ddot{u}_{gh}(t) + m_{fS} \ddot{u}_f(t) \quad (109)$$

$$= [m_{rS} - m_{fS}] \ddot{u}_{gh}(t) + m_{fS} [\ddot{u}_f(t) + \ddot{u}_{gh}(t)]$$

با استفاده از مفهوم طیف شتاب نتیجه می‌شود:

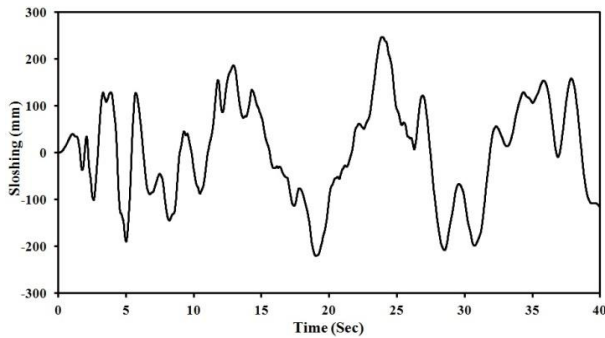
$$(Q_S)_{\max} = |(m_{rS} - m_{fS}) \ddot{u}_{gh}(t)_{\max}| + |m_{fS} S_{af}| \quad (110)$$

لنگر واژگونی ناشی از اثرات دیواره مخزن در یک مخزن صلب مشابه و تغییر شکل نسبی دیواره را می‌توان به صورت زیر نوشت:

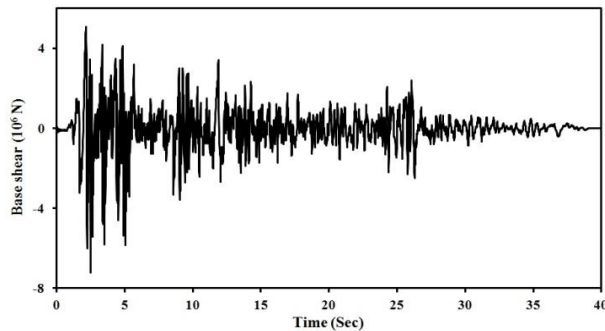
$$M_S(t) = M_{rS}(t) + M_{fS}(t) = \int_0^{H_S} \int_0^{2\pi} t_w \rho_S \ddot{u}_{gh}(t) R z d\theta dz \quad (111)$$

$$+ \int_0^{H_S} \int_0^{2\pi} t_w \rho_S \ddot{w} \cos \theta R dz = m_{rS} h_{rS} \ddot{u}_{gh}(t) + m_{fS} h_{fS} \ddot{u}_f(t)$$

$h_{rS}$  نقطه اثر جرم معادل مخزن ناشی از حرکت زمین بوده که در مخزن با دیواره یکنواخت  $h_{rS} = H_S / 2$  می‌باشد و  $h_{fS}$  نقطه اثر جرم موثر در تغییر شکل دیواره در مدل مکانیکی پیشنهادی می‌باشد. در شکل ۱۴ این مقدار بر حسب نسبت قطر به ارتفاع سیال درون مخزن ( $D / H_L$ ) به ازای پرشدگی و نسبت  $t_w / R$  های مختلف نشان داده شده است.



شکل ۱۵- تاریخچه زمانی ارتفاع موج نوسانی در کنار دیواره مخزن



شکل ۱۵- تاریخچه زمانی برش پایه فشار هیدرودینامیک ضربه‌ای

برای در نظر گرفتن اثر دیواره مخزن در مدل مکانیکی پیشنهادی پارامترها با کمک شکل‌های ۱۳ و ۱۴ به صورت  $h_{fS}/H_L = 0.815$ ,  $m_{rS}/m_L = 0.157$ ,  $m_{fS}/m_L = 0.0918$  قابل محاسبه می‌باشند. جدول ۳ به مقایسه برش پایه و لنگر واژگونی ناشی از اثر دیواره مخزن در تحقیق تحلیلی حاضر، مدل مکانیکی پیشنهادی و آیین‌نامه ACI 350.3 می‌پردازد.

همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، میزان حداکثر برش و لنگر پایه ناشی از اثر دیواره مخزن ۱۱۵ و ۱۷۶ درصد میزان حداکثر برش و لنگر پایه ناشی از اثر مایع درون مخزن می‌باشند. این موضوع نشان‌دهنده میزان اهمیت اثر دیواره مخزن در مخازن بتنی می‌باشد. در صورتی که در مخازن فولادی این اثر دارای اهمیت به مراتب خیلی کمتری می‌باشد.

جدول ۳- مقایسه جواب‌های ناشی از اثر دیواره مخزن در مثال ۱

به‌روش‌های مختلف		
حداکثر برش پایه (کیلو نیوتن)	حداکثر لنگر واژگونی (کیلو نیوتن.متر)	
۸۳۲۰	۳۳۱۴۰	تحقیق تحلیلی حاضر
۸۴۶۰	۳۳۴۹۰	مدل مکانیکی پیشنهادی
۵۰۰۰	۱۷۵۲۰	آیین‌نامه ACI

$D = 50m$ ، ارتفاع دیواره  $H_S = 7m$  و ضخامت  $t_w = 0.7m$  بوده که تا ارتفاع  $H_L = 6m$  از آب پر شده است. این مخزن تحت اثر مولفه شمالی-جنوبی زلزله ال‌سترو و ۱۹۴۰ با حداکثر شتاب  $0.313g$  قرار دارد. چگالی بتن مخزن،  $\rho_S = 2400kg/m^3$ ، مدول الاستیسته بتن،  $E = 24.86GPa$  و ضریب پواسون  $\nu = 0.16$  می‌باشد. برای مقایسه جواب‌ها با آیین‌نامه ACI 350.3-06 نسبت میرایی حرکات ضربه‌ای و نوسانی به ترتیب ۵٪ و ۰.۵٪ در نظر گرفته می‌شود. لازم به ذکر می‌باشد در این قسمت برای یکسان بودن فرضیات روش تحلیلی با آیین‌نامه ACI ضریب اهمیت،  $I$ ، و ضریب رفتار مخزن،  $R_1$ ، برابر یک در نظر گرفته شده است.

فرکانس حرکت ضربه‌ای در مدل مکانیکی پیشنهادی  $\omega_f = 107.65 rad/s$  بوده که این مقدار با استفاده از شکل ۱۰ قابل محاسبه می‌باشد. سایر پارامتر در مدل مکانیکی با استفاده از شکل‌های ۱۱ و ۱۲ به صورت  $m_{rL}/m_L = 0.139$ ،  $h_{rL}/H_L = 0.399$  و  $m_{fL}/m_L = 0.079$  محاسبه می‌شوند. جدول ۲ مقادیر فرکانس طبیعی ارتعاش مایع-پوسته، برش پایه حداکثر و لنگر پایه حداکثر را به روش‌های مختلف نشان می‌دهد. فرکانس موج نوسانی در تحقیق تحلیلی حاضر، مدل مکانیکی پیشنهادی و آیین‌نامه مزبور  $\omega_e = \omega_f|_{j=1} = 0.547 rad/s$  بوده و از رابطه (۴۸) قابل محاسبه می‌باشد. حداکثر ارتفاع موج نوسانی در تحقیق تحلیلی حاضر با در نظر گرفتن ۱۰ مد اول نوسانی ۲۴۷ میلی‌متر و در مدل پیشنهادی و آیین‌نامه مزبور ۲۲۵ میلی‌متر می‌باشد. شکل ۱۵ تاریخچه زمانی ارتفاع موج نوسانی در کنار دیواره مخزن و شکل ۱۶ تاریخچه زمانی برش پایه ناشی از فشار هیدرودینامیک وارد بر دیواره مخزن را نشان می‌دهد.

جدول ۲- مقایسه جواب‌های ناشی از اثر سیال (فشار)

هیدرودینامیک ضربه‌ای) در مثال ۱ به روش‌های مختلف

فرکانس طبیعی پوسته-مایع	حداکثر برش پایه (کیلو نیوتن)	حداکثر لنگر پایه (کیلو نیوتن.متر)	
۱۰۷/۶	۷۲۳۰	۱۸۷۹۰	تحقیق تحلیلی حاضر
۱۰۷/۶	۷۴۴۰	۱۹۱۵۰	مدل مکانیکی پیشنهادی
۹۳/۳	۹۶۹۰	۲۱۷۹۰	آیین‌نامه ACI



## ۶- نتیجه‌گیری

مخازن بتنی با توجه به انعطاف‌پذیری کمتر و صلبیت بیشتر نسبت به مخازن فولادی دارای رفتار اندرکنشی مایع-سازه متفاوت و ویژه ای می‌باشند. در این تحقیق، رفتار لرزه‌ای مخازن استوانه‌ای بتنی با توجه به تحقیقات اندک موجود در این زمینه، مورد ارزیابی قرار گرفت. در ابتدا یک روش حل تحلیلی برای مخزن استوانه‌ای بتنی تحت تحریک افقی و قائم زلزله با استفاده از روش ریلی-ریتر بسط داده شد و با استفاده از آن فشار ضربه‌ای و نوسانی محاسبه گردید. نتایج این تحلیل با سایر تحقیقات موجود مقایسه گردید و صحت روابط تحلیلی پیشنهادی به اثبات رسید. پس از آن یک مدل مکانیکی برای مخزن استوانه‌ای بتنی تحت حرکت افقی زلزله مبتنی بر روابط تحلیلی استخراج شده، ارائه گردید و مورد ارزیابی قرار گرفت. این مدل مکانیکی سه جرمی بوده و هر کدام از جرم-های  $m_r$ ،  $m_f$  و  $m_c$  به ترتیب معرف اثر فشار ناشی از حرکت زمین، فشار ناشی از انعطاف‌پذیری دیواره و اثر فشار نوسانی بوده که به ترتیب نقطه اثر آن‌ها  $h_r$ ،  $h_f$  و  $h_c$  می‌باشند. مقادیر این پارامترها را می‌توان با استفاده از نمودارهای ارائه شده، بر اساس میزان پرشدگی مخزن و نسبت ضخامت دیواره به شعاع برحسب قطر به ارتفاع مایع درون مخزن به دست آورد. با محاسبه این مقادیر (با استفاده از نمودارهای ارائه شده)، می‌توان به راحتی برش و لنگر پایه هیدرودینامیک و برش و لنگر پایه ناشی از اثر دیواره مخزن را به دست آورد.

جهت صحت‌سنجی نتایج این مدل با نتایج تحلیلی به‌عنوان نتایج دقیق مقایسه شد که مویده عملکرد مناسب و دقت قابل قبول مدل مکانیکی پیشنهادی می‌باشد. همچنین این مدل در تخمین پاسخ لرزه‌ای ناشی از اثر دیواره مخزن به‌عنوان یک اثر بسیار پر اهمیت در مخازن بتنی، توانایی بسیار خوبی را نشان می‌دهد. با مقایسه نتایج آیین‌نامه ACI 350.3 با نتایج این مطالعه می‌توان جمع بندی کرد که این استاندارد تخمین درستی از پاسخ لرزه‌ای مخازن استوانه‌ای بتنی برای اثر سیال و اثر دیواره مخزن ارائه نمی‌کند که با ارائه مدل مکانیکی پیشنهادی سعی در بهبود آن گردیده است.

## ۷- مراجع

[1]. Hoskins, L.M. and Jacobsen, L.S., Water pressure in a tank caused by simulated earthquake. Bulletin of the Seismological Society of America,

با مقایسه نتایج به دست آمده در جداول ۲ و ۳ می‌توان نتیجه گرفت که آیین‌نامه ACI 350.3-06 دارای نتایج غیر واقعی بوده و تخمین درستی از بارهای لرزه‌ای ندارد در صورتی که مدل مکانیکی پیشنهادی دارای جواب‌های قابل قبول و خطای کمتری می‌باشد. مثال ۲. مثال مورد مطالعه دیگر یک مخزن استوانه‌ای بتنی بلند به قطر  $D = 33m$ ، ارتفاع دیواره  $H_S = 11m$  و ضخامت  $t_w = 0.8m$  است که تا ارتفاع  $H_L = 10m$  از آب پر شده است. سایر فرضیات مطابق مثال قبل می‌باشد. فرکانس حرکت ضربه‌ای در آیین‌نامه ACI،  $\omega_f = 101.73 \text{ rad/s}$  می‌باشد. در مدل مکانیکی پیشنهادی  $\omega_f = 100.81 \text{ rad/s}$  بوده که این مقدار با استفاده از شکل ۹ قابل محاسبه می‌باشد. پارامترهای مدل مکانیکی شامل اثر سیال و دیواره مخزن با استفاده از شکل‌های ۱۱ تا ۱۵ به صورت  $m_{rL}/m_L = 0.362$ ،  $h_{fL}/H_L = 0.454$ ،  $m_{fL}/m_L = 0.319$ ،  $h_{rL}/H_L = 0.399$ ،  $m_{rS}/m_L = 0.256$ ،  $m_{fS}/m_L = 0.163$  و  $h_{fS}/H_L = 0.661$  می‌باشند. جدول ۴ مقادیر ارتفاع موج نوسانی، برش پایه حداکثر و لنگر پایه حداکثر ناشی از حرکت ضربه‌ای برای فشار هیدرودینامیک، اثر دیواره مخزن و مجموع این دو اثر را به روش‌های مختلف نشان می‌دهد.

جدول ۴- مقایسه جواب‌های ناشی از اثر سیال (فشار هیدرودینامیک) و دیواره مخزن در مثال ۲ به روش‌های مختلف

اثر سیال	تحقیق تحلیلی حاضر	مدل مکانیکی پیشنهادی	ACI
حداکثر برش پایه (کیلونیوتن)	۱۷۳۶۰	۱۷۴۷۰	۱۷۷۹۰
حداکثر لنگر واژگونی (کیلونیوتن.متر)	۷۴۱۴۰	۷۴۱۵۰	۶۶۷۲۰
حداکثر ارتفاع موج نوسانی (میلی‌متر)	۳۹۳	۴۰۳	۴۰۳
<b>اثر دیواره مخزن</b>			
حداکثر برش پایه (کیلونیوتن)	۱۰۵۴۰	۷۲۸۰	۱۰۷۸۰
حداکثر لنگر واژگونی (کیلونیوتن.متر)	۶۲۹۹۰	۶۳۸۳۰	۴۰۰۶۰
<b>مجموع اثرات</b>			
برش پایه کل	۲۷۸۹۰	۲۸۲۵۰	۲۵۰۸۰
لنگر واژگونی کل	۱۳۷۹۴۰	۱۳۷۹۸۰	۱۰۶۷۲۰

- 230, 2012.
- [16]. Yazdabad, M., Determining Seismic Vulnerability Curves for Cylindrical Water Storage tanks. Department of Civil Engineering, Isfahan University of Technology, Esfahan 8415683111, Iran, 2012.
- [17]. Hashemi, S., Saadatpour, M.M. and Kianoush, M.R., Dynamic behavior of flexible rectangular fluid containers. *Thin-Walled Structures*, 66: p. 23-38, 2013.
- [18]. Haroun, M.A. and Tayel M.A., Axisymmetrical vibrations of tanks – Analytical. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 111(3): p. 346-358, 1985.
- [19]. Haroun, M.A. and Tayel M.A., Axisymmetrical vibrations of tanks – Numerical. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 111(3): p. 329-345, 1985.
- [20]. Haroun, M.A. and Tayel M.A., Response of tanks to vertical seismic excitation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 13: p. 583-595, 1985.
- [21]. Veletsos, A.S. and Tang, Y., Dynamics of vertically excited liquid storage tanks. *Journal of Structural Engineering, ASCE*. 112(6): p. 1228-1246, 1986.
- [22]. ACI 350.3, Seismic Design of Liquid-Containing Concrete Structures and Commentary, (ACI 350.3-06), American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, USA, 2006.
- [23]. New Zealand Standards. Structural Design Actions-Part 5: Earthquake Actions. NZS 1170.5 Supp. 1, 2004.
- [24]. Eurocode-8, Design of Structures for Earthquake Resistance-Part 4: Silos, Tanks and Pipelines. European Committee for Standardization, 2006; 65 pp.
- [25]. Currie, I.G. Fundamentals of Mechanics of Fluids. McGraw-Hill, 2003.
- [26]. Veletsos, A.S. and Tang, Y., Rocking response of liquid storage tanks. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 113(11): p. 1774-1792, 1987.
- [27]. Lee, H. and Kwak, K.K., Free vibration analysis of a circular cylindrical shell using the Rayleigh–Ritz method and comparison of different shell theories. *Journal of Sound and Vibration*, 353: p. 344-377, 2015.
- [28]. Novozhilov, V.V., Thin Shell Theory. P.Noordhoff LTD., Groningen, The Netherlands, 1964.
- [29]. Housner, G.W., Dynamic pressure on accelerated fluid containers. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 47: p. 15-35, 1957.
- [30]. Housner, G.W., The dynamic behavior of water tanks. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 53: p. 381-387, 1963.
- [31]. Hanson, R.D., Behavior of Liquid Storage Tanks. The Great Alaska Earthquake of 1964 and Aftershocks, Vol II, Part A, ESSA, U.S. Coast and Geodetic Survey, Washington: Government Printing Office, p. 245-252, 1967.
- [32]. Edvard, N.W., A procedure for dynamic analysis of thin walled cylindrical liquid storage tanks subjected to lateral ground motions. PhD thesis, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, 1969.
- [33]. Veletsos, A.S., Seismic effects in flexible liquid storage tanks. *Proceedings of the Fifth World Conference on Earthquake Engineering, Rome, Italy*, 1: p. 630-639, 1974.
- [34]. Veletsos, A.S. and Yang, J.Y., Earthquake response of liquid storage tanks-advances in civil engineering through mechanics. *ASCE Proceedings, 2nd Engineering Mechanics Specialty Conference, Reston, Va.*, p. 1-24, 1977.
- [35]. Haroun, M.A., Dynamic analyses of liquid storage tanks. EERL 80-04, California Inst. of Tech., Pasadena, Calif, 1980.
- [36]. Haroun, M.A. and Housner, G.W., Seismic design of liquid storage tanks. *Journal of Technical Councils, ASCE*, 107:p. 191-207, 1981.
- [37]. Haroun, M.A., Vibration studies and tests of liquid storage tanks. *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 11: p. 179-206, 1983.
- [38]. Tedesco, J.W., Kostem, C. and Kalnins, A., Free vibrational analysis of cylindrical liquid storage tanks. *Computer and Structures*, 26(6): p. 957-964, 1987.
- [39]. Hamdan, F.H., Seismic behaviour of cylindrical steel liquid storage tanks. *Journal of Constructional Steel Research*, 53: p.307-333, 2000.
- [40]. Berahman, F. and Behnamfar, F., Probabilistic seismic demand model and fragility estimates for critical failure modes of un-anchored steel storage tanks in petroleum complexes. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 24: p. 527-536, 2009.
- [41]. Berahman, F. and Behnamfar, F., Seismic fragility curves for un-anchored on-grade steel storage tanks: Bayesian approach. *Journal of Earthquake Engineering*, 11:p. 166-192, 2007.
- [42]. Moslemi, M. and Kianoush, M.R., Parametric study on dynamic behavior of cylindrical ground-supported tanks. *Engineering Structures*, 42: p. 214-

## Dynamic Analysis of Flexible Concrete Cylindrical Storage Tanks Subjected to Horizontal and Vertical Ground Motion

Farhad Behnamfar \*

Associate Professor, Department of Civil Engineering, Isfahan University of Technology, Esfahan, Iran.

Roohollah Moradi

PhD student, Department of Civil Engineering, Isfahan University of Technology, Esfahan, Iran.

Shamsedin Hashemi

Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran.

### Abstract

Liquid storage tanks, as special structures, behave differently from ordinary structures in terms of dynamic behavior. These important structures are mostly constructed in two cylindrical and rectangular shapes, according to their use for storing various materials such as water and oil in the form of ground, elevated, buried and semi-buried. In this paper, an analytical method are presented for estimating the seismic responses of concrete cylindrical tanks subjected to horizontal and vertical earthquake. Effects of liquid-shell interaction on the dynamic response of cylindrical tanks, taking into account the flexibility of the wall that filled or partially filled has been studied. The velocity potential function with the satisfaction of boundary conditions is solved by separating the variables. The solution of the problem of the liquid-shell system is used to obtain the impulsive pressure using the Rayleigh-Ritz method, using the vibration modes of flexible shells (open top-bottom clamped) with suitable boundary conditions. Special attention was given to  $\text{Cos}\theta$ -type vibration modes. The results of this proposed analytical method are compared with the results of previous studies. Then by using the proposed analytical method, a mechanical model is presented with considering the flexibility and mass of the tank wall for concrete cylindrical tank completely or partially filled with liquid. The results of proposed mechanical model and the accuracy of the resulting are compared with the analytical results and ACI 350.3-06. Finally, the conclusion is that the estimating of the this standard are different from the analytical method, which is due to the inadequate consideration of the flexibility of the wall by this standard and the proposed mechanical model is in good agreement with analytical method in accuracy.

**Keywords:** Concrete cylindrical tank; liquid-shell interaction; Rayleigh–Ritz method; seismic design; mechanical model.

---

\* Corresponding Author: farhad@cc.iut.ac.ir

